

**I. megoldás:** Tetszőleges  $h$  mélységben  $c = \sqrt{2gh}$  sebességgel folyik ki a nyílásból a víz. A vízszintesen kiömlő vízre a nehézségi erő hat. A vízcsepp  $l-h$  úton szabadon esnek, az esés ideje:  $t = \sqrt{2(l-h)} \cdot g^{-1}$ . A kifolyó víz az asztal síkját  $s = ct$  távolságban éri el. Két nyílás esetén keressük azon nyílásmagasságokat, melyekre  $s_1 = s_2$ . Tehát:

$$\sqrt{2gh_1} \cdot \sqrt{2(l-h_1)g^{-1}} = \sqrt{2gh_2} \cdot \sqrt{2(l-h_2)g^{-1}}.$$

A számolást elvégezve adódik:

$$l = h_1 + h_2.$$

A kifolyó vízugarak mindazon esetben az asztal síkjában találkoznak, amikor a két nyílás az edény félmagasságára szimmetrikus. A sugár akkor jut a legtávolabbra, ha az  $f = h(l-h)$  érték a legnagyobb. Ez a  $h = l/2$  értéknél következik be. Legyen ugyanis  $h = l/2 \pm x$ , ekkor

$$f = \left(\frac{l}{2} \pm x\right) \left(l - \frac{l}{2} \mp x\right) = \frac{l^2}{4} - x^2,$$

és ez  $x = 0$  esetén maximális, amikor is  $s_{\max} = l$ .

*Zeke András (Bp., Bolyai J. g. IV. o. t.)*

**II. megoldás:** Vizsgáljuk meg, milyen az összefüggés a nyílásmagasság és a víz kifolyásának távolsága között:

A nyíláson kifolyó víz kezdősebességét az energiatételből nyerjük:  $mgx = mv^2/2$ , ebből  $v = \sqrt{2gx}$ . A lyukból kifolyó víz a nehézségi erő hatására függőleges irányban esik, és  $t$  idő alatt leér az asztal síkjára. Ez az idő a szabadesés útképletéből kiszámítható:

$$l-x = \frac{gt^2}{2}, \quad t = \sqrt{\frac{2(l-x)}{g}}.$$

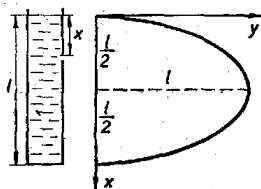
Ezen idő alatti vízszintes irányban  $y = vt$  utat tesz meg.

$$y = \sqrt{2gx \cdot \frac{2(l-x)}{g}}, \quad y^2 = 4lx - 4x^2; \quad y^2 + 4x^2 - 4lx = 0.$$

Ez ellipszis egyenlete. A megszokott alakban írva:

$$\frac{y^2}{l^2} + \frac{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2}{(l/2)^2} = 1.$$

Ellipszisünk  $y$  irányú féltengelye  $l$ ,  $x$  irányú féltengelye  $l/2$ , középpontja az  $x$  tengelyen az  $l/2$  pontban van.



A kapott összefüggésekből mind a három kérdésre kapunk feleletet.

a) A kifolyó vízugarak akkor találkoznak az asztal síkjában, ha a nyílások a vízoszlop középpontjától lefelé és felfelé egyenlő távolságban vannak.

b) A vízszög akkor folyik ki a legtávolabbra, ha a nyílás a vízoszlop középpontjában van. Ez a maximális távolság  $l$ .

*Kugler Emese (Nagykanizsa, Landler g. III. o. t.)*