

A feladat szövege nem adta meg a cukor fajsúlyát. Egyformán helyes megoldásnak számít, akár valamilyen betűjelölést használunk a cukor fajsúlyának jelölésére, akár a cukor mennyiségét térfogatban számítjuk. Külön megállapodás nélkül a cukortartalom százalékáka számítható akár úgy, hogy a tiszta oldószerre, akár úgy, hogy az egész oldatra vonatkoztatjuk. Adataink mellett a kétféle értelmezés szerinti töménység alig tér el egymástól. Egyszerűbb, ha a feloldott mennyiséget a tiszta oldószerre vonatkoztatjuk. (Mindegyik felsorolt értelmezés helyes eredménynek számított.)

Megoldás: A kocka térfogata a^3 . 1 mp alatt leoldódik h vastagságú réteg, tehát a t mp múlva megmaradó kisebb kocka éle $a - 2ht$ lesz. A leoldódott térfogatot a két térfogat különbsége adja meg, ez $a^3 - (a - 2ht)^3$. Ezt az oldószer 100 térfogategységéhez viszonyítva, kapjuk a térfogat szerinti százalékot:

$$p = \frac{100}{V} \cdot [a^3 - (a - 2ht)^3] = \frac{100}{V} \cdot [6a^2ht - 12ah^2t^2 + 8h^3t^3].$$

A cukortartalom harmadfokú függvény szerint növekszik. A kocka $\frac{a}{2} : h = \frac{a}{2h}$ idő alatt oldódik fel, az ekkor elért százalékos töménység $\frac{100}{V} \cdot a^3$. A mi számadatainkkal a százalékos töménység:

$$p = 1,2 t - 0,096 t^2 + 0,00256 t^3,$$

az oldódás ideje 12,5 mp.

Popper Gábor (Bp., Bolyai J. g. II. o. t.) és
Szidarovszky Ágnes (Bp., Ságvári E. g. II. o. t.) dolgozataiból.

Megjegyzés. A görbe grafikus ábrázolása mutatja, hogy a kocka teljes feloldódásának pillanatában a harmadfokú görbe érintője vízszintes, itt inflexiós pont van. Ezért egyszerűbb, ha az időt a teljes feloldódás pillanatától visszafelé számítjuk. Ennek a (negatív) időnek legyen T a jele,

$$T = t - \frac{a}{2h}, \quad \text{vagyis} \quad t = T + \frac{a}{2h}.$$

Behelyettesítve az eredményt megadó függvényünkbe:

$$p = \frac{100}{V} \cdot [8h^3T^3 + a^3].$$

