

Tartson az ütközés Δt ideig.

(1) A hasáb és a golyó közötti elhanyagolhatóan kicsi súrlódás miatt az ütközés a golyó szempontjából úgy tekinthető, mintha a hasáb ez alatt nem mozogna a golyó alatt. $\frac{\Delta t}{2}$ idő alatt a golyó $\sqrt{2Lg} + g\frac{\Delta t}{2}$ sebessége (az utóbbira az ütközés időtartama alatt is ható gravitációs vonzóerő folytán tesz szert) 0-ra csökken.

Ez azt jelenti, hogy golyónk ez alatt a $\frac{\Delta t}{2}$ időtartam alatt

$$a = \frac{2\sqrt{2Lg} + g\Delta t}{\Delta t}$$

átlagos lassulással mozog.

Ezt a lassulást egy felfelé mutató $P = m\frac{2\sqrt{2Lg}}{\Delta t} + mg$ átlagos erő hozza létre.

A következő $\frac{\Delta t}{2}$ időtartam alatt ezzel megegyező irányú és megegyező nagyságú átlagos gyorsító erő hat.

Ez Newton III. axiómája értelmében azt jelenti, hogy a Δt idő alatt az átlagos nyomóerő:

$$P_{ny} = Mg + P.$$

Newton II. axiómája értelmében a sebesség megváltozása:

$$\Delta v = \frac{P_{surl}}{M}\Delta t = \frac{\mu P_{ny}}{M}\Delta t = \mu g\Delta t + \frac{\mu m}{M}\frac{2\sqrt{Lg}}{\Delta t}\Delta t + \frac{\mu m}{M}g\Delta t.$$

Δt általában elhanyagolhatóan kicsinek vehető, így a sebesség megváltozása:

$$\Delta v \approx \frac{2\mu m}{M}\sqrt{2Lg},$$

és az új sebesség:

$$v_1 = v - \frac{2\mu m}{M}\sqrt{2Lg}.$$

(2) A súrlódás végtelen nagysága miatt már a $t = 0$ időpillanatban megváltozik a sebesség:

$$\Delta v_1 = \frac{mv}{M+m}.$$

Most az ütközés Δt időtartama alatt csökken a golyó súlypontjának függőleges sebessége 0-ra. Ezt a lassulást az (1)-ben tárgyalt gondolatmenet alapján

$$P = m\frac{\sqrt{2Lg}}{\Delta t} + mg$$

erő hozza létre.

Így e Δt időtartam alatt az átlagos súrlódó erő:

$$P_{surl} = \mu \left(Mg + m\frac{\sqrt{2Lg}}{\Delta t} + mg \right).$$

Ez Δt ideig hat $M + m$ tömegre. Ha az előbbieket alapján a Δt -t tartalmazó tagokat elhanyagoljuk:

$$\Delta v \approx \Delta v_1 + \frac{\mu m}{M+m}\sqrt{2gL} = \frac{vm + \mu m\sqrt{2gL}}{M+m},$$

és az új sebesség:

$$v_2 = v - \frac{vm + \mu m\sqrt{2gL}}{M+m}.$$

Mind a két esetben gondolnunk kell azonban arra, hogy az új sebesség nem lehet negatív. Az eredmény tehát csak akkor igaz, ha a jobboldal nem negatív. Ellenkező esetben az új sebesség 0. Ilyenkor ugyanis a fékező hatások összege nagyobb, mint amennyi a hasáb megállításához szükséges lenne. De ha már egyszer megállt a hasáb, akkor megszűnik a fékező hatású súrlódás, más erő pedig, amely újból megindíthatná a hasábot, nem lép fel, tehát végeredményképpen a hasáb megáll.

Kiss Ádám és Horváth Sándor (Bp., II. Rákóczi F. g. IV. o.) tanulók dolgozatai alapján