I. megoldás: Először meghatározzuk, hogy mekkora lesz a keletkező ferde hajítás v kezdősebessége. Az ábrából látható,[1] hogy a hinta a kötél elszakadásáig magasságából $Q'P' = OP' - OQ' = l \cdot \cos\alpha - h$ távolságot vesztett, ílymódon felírhatjuk azt a helyzeti energiát, amely mozgási energiává átalakulva meghatározza a hajítás kezdősebességét:

$$mg(l\cos\alpha - h) = \ 1/2 \cdot mv^2,$$

ahol m a hinta tömege, g a nehézségi gyorsulás. Innen

$$v = \sqrt{2g(l\cos\alpha - h)}. \tag{1}$$

Helyezzük el az ábrán látható koordinátarendszert. A P origóból induló ferde hajtás kezdősebességének összetevői $v_x = v \cdot \cos\alpha$ és $v_y = v \cdot \sin\alpha$. A pálya egyenlete, ha az időt a kötél elszakadásától számítjuk:

$$x = v \cdot \cos\alpha \cdot t, \quad y = v \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2}\,gt^2. \tag{2}$$

Kiküszöbölve a t időt, $y = -\dfrac{g}{2v^2\cos^2\alpha}x^2 + \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}x$.
A jobboldalon teljes négyzetté alakítással: $y = -\dfrac{g}{2v^2\cos^2\alpha}(x - x_0)^2 + y_0$.
Az x_0, y_0 állandókat (a parabola csúcspontjának koordinátáit) meg sem kell határoznunk, máris látjuk, hogy

$$\frac{g}{2v^2\cos^2\alpha} = \frac{1}{2p},$$

ahol a p a parabola paramétere. A fókusztávolság

$$f = \frac{p}{2} = \frac{v^2\cos^2\alpha}{2g} = (l\cos\alpha - h)\cos^2\alpha,$$

miután az (1) alatti kezdősebességet behelyettesítettük.

A megadott értékek behelyettesítésével

$$f = (10\frac{\sqrt{3}}{2} - 1)\frac{3}{4}m = \frac{3}{4}(5\sqrt{3} - 1)m = 5{,}745\,\mathrm{m}.$$

Fritz József (Mosonmagyaróvár, Kossuth L. g. III. o. t.)

II. megoldás: Ismeretes (és a (2) egyenletekből könnyen kiszámítható), hogy egy α szög alatt elhajított v kezdősebességű test hajítási magassága $S_y = \dfrac{v^2}{2g}\sin^2\alpha$, vízszintes hajítási távolsága pedig $S_x = \dfrac{v^2}{g}\sin 2\alpha$. Könnyen belátható, hogy $\dfrac{S_x}{2}$ és S_y a parabolapálya csúcspontjában elhelyezett koordinátarendszerben az indítási (P) pont két koordinátája, így kielégítik a parabola egyenletét, vagyis

$$\left(\frac{S_x}{2}\right)^2 = 2p \cdot S_y.$$

Behelyettesítve: $$\left(\frac{v^2}{2g}\right)^2 \cdot \sin^2 2\alpha = 2p\frac{v^2}{2g}\sin^2\alpha,$$

ahonnan $$f = \frac{p}{2} = \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{\sin^2 2\alpha}{4\sin^2\alpha} = \frac{v^2}{2g}\cos^2\alpha,$$

tovább, mint az I megoldásban.

Gombkötő Mihály (Orosháza, Táncsics M. g. IV. o. t.)

III. megoldás: Amikor a ferdén elhajított tömegpont a fókusszal egy magasságban lesz, akkor a parabola tulajdonságaiból folyólag FB (vagy AF)$= 2f$, mert a parabola direktrixétől a B (ill. A) pont ekkor $2f$ távolságra van.

A CB útszakaszon a mozgó tömegpont $CF = \dfrac{1}{2}gt'^2 = f$ úton szabadesést ($t' = O$ a C pontban) és $v_x = v \cdot \cos\alpha$ sebességű vízszintes egyenletes mozgást végez, mialatt $FB = v \cdot \cos\alpha \cdot t' = 2f$ utat tesz meg.

Az utóbbiból $$t' = \frac{2f}{v \cdot \cos\alpha},$$

amit az előbb felírt egyenletbe írva $\dfrac{1}{2}\,g\left(\dfrac{2f}{v \cdot \cos\alpha}\right)^2 = f,$

ahonnan $$f = \frac{v^2}{2g}\cos^2\alpha.$$

Tovább, mint fent.

Pogány Lajos (Budapest, Eötvös g. III. o. t.)

[1] Az ábra műszaki okokból számunkból kimaradt.