

**I. megoldás:** a) A fonalat akkora  $P_a$  erő feszíti, amely  $M$ -et  $a_1$  gyorsulással mozgatja, vagyis amelyre  $a_1 = P_a/M$ . Az  $m$  tömegű testre két erő hat: lefelé a saját súlya:  $mg$ , felfelé  $P_a$ . Az  $m$  tömegű testgyorsulása  $a_2 = \frac{m \cdot g - P_a}{m}$ . A fonál nyújthatatlan, ezért a két test gyorsulása megegyezik,  $a_1 = a_2$ . Innen  $\frac{P_a}{M} = \frac{mg - P_a}{m}$  és rendezés után a keresett erő:  $P_a = M \frac{m}{m+M} g$ .

b) A fonalat most akkora erő feszíti ( $P_b$ ), amelyből a súrlódó erőt levonva az  $M$  tömegű testet gyorsító komponenszt kapjuk, vagyis:  $a_1 = \frac{P_b - \mu Mg}{M}$  másrészt az  $m$  tömeget a fentiekhez hasonlóan  $a_2 = \frac{mg - P_b}{m}$  gyorsulást okozó erő mozgatja. A gyorsulások egyenlősége alapján:  $\frac{P_b - \mu Mg}{M} = \frac{mg - P_b}{m}$  ahonnan:  $P_b = \frac{mM(1+\mu)}{m+M} g$  vagy:  $P_b = P_a(1+\mu)$ .

*Nagy Dénes Lajos* (Bp. II. Rákóczi g. II. o. t.)

**II. megoldás:** Vizsgáljuk először a feladat második felét, hiszen az első kérdés annak speciális esete. Ekkor az egész rendszerre ható erő  $P = mg - \mu Mg$ . Ebből a gyorsulás:  $a = \frac{mg - \mu Mg}{m+M}$ . Ezt a gyorsulást az  $M$  tömegű testnél a kötélerő és a vele ellentétes súrlódás hozza létre, azaz:  $P_{\text{kötél}} - P_{\text{súrlódás}} = Ma$ , ahonnan átrendezve és behelyettesítve:  $P_{\text{kötél}} = \mu Mg + M \frac{m - \mu M}{m+M} g$ . Összevonva:  $P_{\text{kötél}} = \frac{mM}{m+M} (1+\mu) g$ .

a) Az első kérdésre megkapjuk a választ, ha  $\mu = 0$  értéket adunk, vagyis  $P_{\text{kötél}} = \frac{mM}{m+M} g$ .

*Rozváczy Judit* (Bp. Szilágyi E. lg. II. o. t.)

és *Máté Eörs* (Szeged, Radnóti g. II. o. t.)

**III. megoldás:** a) Az  $m+M$  tömegű rendszert  $P = mg$  erő gyorsítja, vagyis a gyorsulás  $a = \frac{m \cdot g}{m+M}$ . Az  $M$  tömegű kocsit épp a fonalat feszítő erő mozgatja, amely ezek szerint  $P_f = M \cdot a = \frac{mM \cdot g}{m+M}$ .

b) Ha a súrlódó erőt figyelembe vesszük, a rendszert csak az  $mg - \mu Mg$  erő gyorsítja, a gyorsulás tehát  $a = \frac{mg - \mu Mg}{m+M}$ . A fonalat feszítőerőnek a kocsit gyorsításán kívül most le kell győznie a súrlódást is, vagyis:

$$P_f = Ma + P_s = M \frac{mg - \mu Mg}{m+M} + \mu Mg = \frac{mMg}{m+M} (1+\mu).$$

*Katona Mária* (Bp., Szilágyi E. g. II. o. t.)

**IV. megoldás:** Az energiamegmaradás és munkatétel alapján: Az  $m$  tömegű test helyzeti energiájának megváltozása egyenlő a rendszer mozgási energiájának növekedésével és a súrlódási munkával. Az indulástól számított tetszőleges  $t$  idő múlva az energiaviszonyok:

$$mg \frac{at^2}{2} = \frac{1}{2} (M+m) \cdot a^2 \cdot t^2 + \mu Mg \frac{at^2}{2},$$

ahonnan  $\frac{at^2}{2}$ -vel való egyszerűsítés után  $a = \frac{mg - \mu Mg}{m+M}$ . (Másképpen: ha a rendszer eredeti energiája  $E$ , akkor az energiamegmaradás szerint érvényes:

$E = E + a^2 t^2 \frac{M+m}{2} - mg \frac{at^2}{2} + \mu Mg \frac{at^2}{2}$ , ahol az utolsó tag a rendszerben keletkező hőenergiával egyenlő. Mindkét oldalon  $E$ -t elhagyva, az előzőt kapjuk.)

A feszítőerő munkája:  $P \cdot \frac{a}{2} t^2 = \mu Mg \frac{a}{2} t^2 + M \cdot \frac{a^2}{2} t^2$ , ahonnan  $\frac{at^2}{2}$ -vel egyszerűsítve és a fenti értéket behelyettesítve:  $P = \frac{mM}{m+M} g(1+\mu)$ .

*Bollobás Béla* (Bp., Apáczai Csere J. g. III. o. t.)