

A találkozás pillanatáig  $m$  szabadesést végez. Az  $l$  út megtételéhez szükséges idő:  $t_1 = \sqrt{\frac{2l}{g}}$ . Sebessége az ütközés pillanatában:  $v_1 = g \cdot t_1 = \sqrt{2lg}$ . Az ütközéskor  $m$  mozgási energiáját részben átadja a  $\frac{16}{7}M$  tömegű rendszernek. Ha az így nyert közös sebesség  $v_0$ , akkor a mozgásmennyiség megmaradásának elve alapján:

$$\frac{16}{7}Mv_0 = \frac{2}{7}Mv_1, \quad \text{ebből:} \quad v_0 = \frac{\sqrt{2lg}}{8}.$$

Az ütközés után a jobboldali túlsúly,  $\frac{2}{7}Mg$  erő hatására a  $2\frac{2}{7}M$  tömegű rendszer  $v_0$  kezdősebesség gyorsuló mozgást végez, ahol a gyorsulás Newton II. törvénye szerint:

$$a = \frac{\frac{2}{7}Mg}{2\frac{2}{7}M} = \frac{g}{8}.$$

Ha az  $l$  utat  $t_2$  idő alatt teszi meg, akkor  $l = v_0t_2 + \frac{a}{2}t_2^2 = \frac{\sqrt{2lg}}{8} \cdot t_2 + \frac{g}{16} \cdot t_2^2$ , így

$$gt_2^2 + 2\sqrt{2lg} \cdot t_2 - 16l = 0.$$

Ebből  $t_2$ -t kifejezve (a negatív gyöknek ebben az esetben nincs fizikai jelentése)

$$t_2 = \frac{-2\sqrt{2lg} + \sqrt{8lg + 64lg}}{2g} = (\sqrt{18} - \sqrt{2})\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\sqrt{\frac{2l}{g}}.$$

A keresett idő tehát

$$t = t_1 + t_2 = 3\sqrt{\frac{2l}{g}}.$$

*Fritz József* (Mosonmagyaróvár, Kossuth L. g. III. o. t.)

*Megjegyzések:* 1. A másodfokú egyenlet megoldásánál fellépő negatív gyök azt az időtartamot jelenti, amellyel az ütközési pillanat előtt lett volna a test  $l$  távolságra az ütközés helyétől, ha az ütközés előtt is az  $s = \frac{\sqrt{2lg}}{8}t + \frac{g}{16}t^2$  egyenlet által leírt módon mozgott volna. 2. A feladat második részét másképpen is tárgyalhatjuk a következő észrevétel segítségével: ha a baloldali kötél  $M$ , a jobboldalin  $M + \frac{2}{7}M$  tömegű súly függ, a  $t = 0$  időpontban kezdősebesség nélkül elindítva a rendszert,  $(l + \frac{l}{8})$  utat tesz meg a keresett időtartam alatt. Ugyanis az eredeti mozgásnál az esési szakaszra  $t_1 = \sqrt{\frac{2l}{g}}$ . Most  $l$  helyett  $\frac{l}{8}$  szakaszon,  $g$  helyett  $\frac{g}{8}$  gyorsulással mozog a rendszer, de a mozgás ezen

szakaszához szükséges idő nem változik:  $t_1 = \sqrt{\frac{l}{\frac{g}{8}}}$ . Mivel akkor az  $\frac{l}{8}$  út megtétele után a sebesség  $v_1 = t_1 \frac{g}{8} = \frac{\sqrt{2lg}}{8}$ ,

azaz egyenlő közvetlenül az ütközés utáni sebességgel az eredeti mozgásnál, a hátralevő úton az eredeti és ezen utóbbi mozgás azonos. Tehát a keresett  $t$  időre:

$$l + \frac{l}{8} = \frac{g}{2}t^2, \quad \text{azaz} \quad t = \sqrt{\frac{9 \cdot 16l}{8g}} = 3\sqrt{\frac{2l}{g}}.$$

*Mezei Ferenc* (Bp., II. Rákóczi F. g. IV. o. t.)

(Sok tanuló a rugalmatlan ütközésnél csak a jobboldali  $M$  tömeget vette figyelembe, holott a kötélt által a baloldali súly is részt vesz az ütközésben. Néhány más dolgozat rugalmatlan ütközésre az energiamegmaradás törvényét alkalmazta, ez azonban hibás, mivel a rugalmatlan ütközés (súrlódás, hőfejlődés stb. miatt) mechanikai energiavesztéssel jár.)