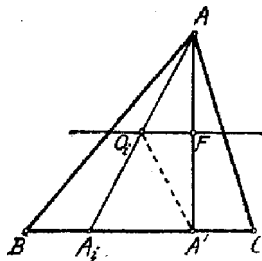


Az $ABC\Delta$ A csúcsából kiinduló AA_i transzverzális derékszög alatt látszik a transzverzális, mint átmérő fölé írt gömbfelület minden pontjából (és csakis ezekből). Ezen gömb keresztülmegy az A ponton és az A pontból húzott magasság A' talppontján, mert $AA'A_i \sphericalangle = 90^\circ$. A gömb középpontja az AA' magasságot merőlegesen felező egyenesen fekszik. Ebből következik, hogy valamennyi ilyen gömb átmegy az AA' , mint átmérő fölé, a háromszög síkjára merőleges Σ_1 síkban rajzolt körön.



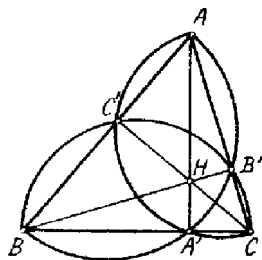
Ha ezen kör egy pontja P , az AA_i -hez tartozó gömb középpontja O_i és AA' magasság felező pontja, a szóbanforgó kör középpontja F , akkor $O_iFP\Delta \cong O_iFA\Delta (\cong O_iFA'\Delta)$. T. i. $O_iF = O_iF$, $FP - FA (= FA')$ és $OF \perp \Sigma_1$, azaz $O_iFP \sphericalangle = O_iFA \sphericalangle (= O_iFA' \sphericalangle) = 90^\circ$.

Ebből következik, hogy $O_iP = O_iA (-O_iA')$ tehát a Σ_1 síkban fekvő kör minden pontja az O_i középpont körül $O_iA \left(= \frac{1}{2}AA_i \right)$ sugárral leírt gömb felületen fekszik.

Eszerint az AA' magasság, mint átmérő fölé a Σ_1 síkban leírt k_a kör bármely pontjából bármely AA_i transzverzális derékszög alatt látszik.

Hasonlóan a BB_j transzverzálisok a BB' magasság, mint átmérő fölé, az $ABC\Delta$ síkjára merőleges Σ_2 síkban leírt k_b kör, a CC_l transzverzálisok a CC' magasság, mint átmérő fölé, az $ABC\Delta$ síkjára merőleges Σ_3 síkban leírt k_c kör pontjaiból látszanak derékszög alatt.

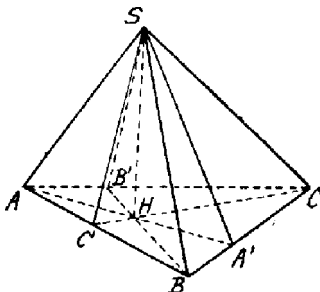
Ha az $ABC\Delta$ hegyesszögű, akkor a háromszög H magassági pontja a háromszögön belül fekszik. Kimutatjuk, hogy ebben az esetben a k_a, k_b, k_c körök az ABC sík fölé (vagy alatt) egy S pontban metszik egymást.



A H pontban az $ABC\Delta$ síkjára emelt HZ merőleges a $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$ síkok közös egyenesére. HZ egyenes a k_a, k_b, k_c kört messe rendre a P_a, P_b, P_c pontban.

Mint hogy AP_aA', BP_bB', CP_cC' háromszögek a P_a, P_b, P_c csúcsoknál derékszögűek és ezekben HP_a, HP_b, HP_c az átfogóhoz tartozó magasságok,

$$\overline{HP_a}^2 = \overline{AH} \cdot \overline{HA'}, \quad \overline{HP_b}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{HB'}, \quad \overline{HP_c}^2 = \overline{CH} \cdot \overline{HC'}$$



Azonban az $ABC\Delta$ síkjában az AB, BC, CA oldalak, mint átmérők fölé írt körök párjainak hatványvonalai a magasságok és így a magassági pont hatványa mindegyik körére nézve ugyanakkora, azaz

$$\overline{AH} \cdot \overline{HA'} = \overline{BH} \cdot \overline{HB'} = \overline{CH} \cdot \overline{HC'}$$

és így

$$HP_a = HP_b = HP_c, \quad \text{ill.} \quad P_a \equiv P_b \equiv P_c \equiv S.$$

Ebből az S pontból az $ABC\Delta$ bármely transzverzálisa derékszög alatt látszik.

Ha a háromszög derékszögű, pl. A -nál, akkor a k_a, k_b, k_c körök az A pontban érintik egymást. Az A csúcsból a BB_j és CC_l transzverzálisok derékszög alatt látszanak, míg az AA_i transzverzálisok 0° -ú szög alatt.

Ha $ABC\Delta$ tompaszögű, pl. A -nál, akkor a k_a kör az $ABC\Delta$ -et belül hasítja, a k_b és k_c körök a háromszögön kívül hasítják a háromszög síkját, tehát közös pontjuk nem lehet.

Volena-Koczor Imre (Révai Miklós g. VII. o. Győr).