

Jelöljön  $x$  egy egész számot. Ki kell mutatnunk, hogy ha  $x$  két egész szám négyzetösszege, akkor  $2x$  is ilyen tulajdonságú; ha pedig  $2x$  két egész szám négyzetösszege, akkor  $x$  is ilyen tulajdonságú.

1<sup>0</sup>. Legyen tehát  $x = a^2 + b^2$ .

Ekkor  $2x = 2a^2 + 2b^2 = (a + b)^2 + (a - b)^2$ .

2<sup>0</sup>. Legyen  $2x = u^2 + v^2$ .

Kell, hogy  $u$  és  $v$  egyidőben párosak vagy páratlan számok legyenek; minthogy így  $\frac{u+v}{2}$  és  $\frac{u-v}{2}$  egész számok,

$$x = \left(\frac{u+v}{2}\right)^2 + \left(\frac{u-v}{2}\right)^2.$$

*Freud Géza* (Berzsenyi Dániel g. VII. o. Bp. V.)

*Jegyzet.* A megoldások egy része nem juttatja kifejezésre a 2<sup>0</sup>. részben, hogy  $\frac{u+v}{2}$  és  $\frac{u-v}{2}$  egész számok.

Egy másik rész pedig csak az 1<sup>0</sup>. részt igazolja.