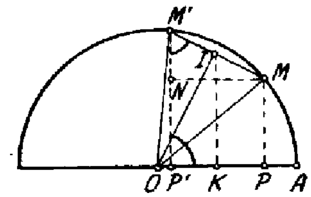
Az MM' húr felezőpontja legyen I és ennek vetülete OA-n K. Az $MPP'M'$ trapéz területe: $T = PP' \cdot IK$.



Az $MOM'\triangle$ területe $\Delta = \frac{1}{2} \cdot MM' \cdot OI$.

$$\frac{\Delta}{T} = \frac{1}{2} \cdot \frac{MM'}{PP'} \cdot \frac{OI}{IK}.$$

M'-ből húzzunk OA-val párhuzamost; ez messe MP-t az N pontban. Nyilván $MM'N\triangle \sim OIK\triangle$. (Derékszögű háromszögek, $MM'N\sphericalangle = IOK\sphericalangle = \alpha$, mert száraik megfelelően merőlegesek egymásra.) Ebből következik, hogy

$$\frac{MM'}{MN} = \frac{MM'}{PP'} = \frac{OI}{OK}.$$

Eszerint

$$\frac{\Delta}{T} = \frac{1}{2}\frac{OI}{IK} \cdot \frac{OI}{IK} = \frac{1}{2}\left(\frac{OI}{IK}\right)^2.$$

Ha azonban MM' önmagával párhuzamosan mozog, az $IOK\sphericalangle$ mindig ugyanekkora marad és így $\frac{OI}{IK} = \text{állandó} = \frac{1}{\sin\alpha}$.

Tehát

$$\frac{\Delta}{T} = \frac{1}{2}\frac{1}{\sin^2\alpha}.$$

Csics Antal (V. o. magántanuló, Pannonhalma.).