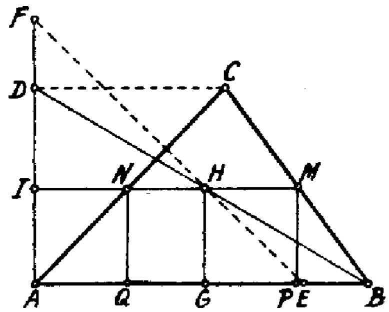
Tegyük fel, hogy az $ABC\triangle$-be írt $MNPQ$ téglalap kerülete a megadott $2l$ hosszúság, tehát $MN + MP = l$.



Legyen $AD \perp AB$ és $CD \parallel AB$. Az így keletkező ABD derékszögű háromszögbe írt $AGHI$ téglalap kerülete, az 1316. gyakorlat szerint megegyezik az $MNPQ$-éval. ($HI = MN,\ HG = MP$).

Feladatunkat eszerint arra vezettük vissza, hogy az ABD derékszögű háromszögbe írjunk megadott kerületű téglalapot, úgy, hogy a háromszög derékszöge a téglalap egyik szögével azonos legyen. A BD átfogón fekvő H pontra nézve a BA derékszög száraitól való távolságok összege: $HG + HI = l$.

Mérjük fel az AB oldalon a $GE = GH$, az AD oldalon az $IF = IH$ távolságot; ekkor $AE = AF = l$ és EF keresztülmegy a H ponton, mert

$$IHF\sphericalangle = GEH\sphericalangle = 45^\circ.$$

Ha $AE = AF = l$, akkor EF a BD-n oly H pontot határoz meg, amelyre nézve

$$HG + HI = l \qquad \text{és így} \qquad MN + MP = l.$$

Steiner Gábor (Toldy Ferenc g. V. o. Bp. II.).

Jegyzet. 1^0. Az EF vonaldarab bármely pontjára nézve az EAF derékszög száraitól való távolságok összege állandóan $AE = AF = l$.

2^0. Legyen $AB = c$ és a C csúcsból vont magasság m. Vizsgáljuk a háromszögbe írt téglalap kerületének változását; a független változó $MP = x$.

Ekkor

$$MN : (m - x) = c : m,$$

$$MN = \frac{c(m-x)}{m}, \quad MN + MP = \frac{c(m-x)}{m} + x = c + \left(1 - \frac{c}{m}\right)x.$$

A téglalap kerülete $K = 2c + 2\left(1 - \frac{c}{m}\right)x$.

Itt x változik 0-tól m-ig. Ha $x = 0,\ K = 2c$; ha $x = m,\ K = 2m$. [1]

K az x elsőfokú függvénye: vagy monoton növekvő, vagy monoton csökkenő.

Ha $c > m$, akkor x együtthatója negatív. K értéke fogy $2c$-től $2m$-ig.

Ha $c < m$, akkor x együtthatója pozitív. K értéke növekedik $2c$-től $2m$-ig.

Ha $c = m$, akkor $K = 2c = 2m$, azaz állandó.

[1] Mind a két esetben a téglalap vonaldarabbá zsugorodik össze.