Az $f(x)=0$ és $f(y)=0$ egyenlet gyökei megegyeznek, ha a megfelelő együtthatók viszonya egyenlő, azaz

$$\frac{1+p+q}{1}=\frac{2(1-q)}{p}=\frac{1-p+q}{q}\ldots \tag{1}$$

Ha ezen arányok egyenlők, akkor értékük megegyezik a két szélső számláló összegének és a nevező összegének arányával és ez

$$\frac{1+p+q+1-p+q}{1+q}=\frac{2(1+q)}{1+q}=2 \quad \text{hacsak} \quad q\neq 1.$$

Ezek szerint: $1+p+q=2$, és 1)-ből $1-q=p$, $1-p=q$.
Mind a három ugyanazt mondja, t. i. $p+q=1\ldots$ (2)
Ekkor valóban: $1+(p+q)=2$; $2(1-q)=2p$
és $1-p+q=p+q-p+q=2q$,
azaz az $f(y)=0$ egyenlet együtthatói az $f(x)=0$ egyenlet megfelelő együtthatóinak kétszeresei.

Vizsgáljuk még meg a $q=-1$ esetet is. Ekkor az (1) alatti arányokból:

$$\frac{p}{1}=\frac{4}{p}=\frac{-p}{-1}.$$

Innen

$$p^2=4, \quad \text{azaz} \quad p=+2.$$

$p=+2$ mellett $f_1(x)\equiv x^2+2x-1=0$ és $f_1(y)\equiv 2y^2+4y-2=0$
$p=-2$ „ $f_2(x)\equiv x^2-2x-1=0$ és $f_2(y)\equiv -2y^2+4y+2=0$.

Látható, hogy a $q=-1$, $p=\pm 2$esetekben is az

$$f_1(x)=0 \quad \text{és} \quad f_1(y)=0 \quad \text{ill. az} \quad f_2(x)=0 \quad \text{és} \quad f_2(y)=0$$

egyenletek gyökei megegyeznek. A $p=+2$, $q=-1$ eset beletartozik az általános $p+q=1$ összefüggés keretébe.