I. Megoldás. Legyen
$$y=\frac{x+1}{x-1}.$$
Innen
$$x=\frac{y+1}{y-1}.$$
Helyettesítsük x ezen kifejezését az $f(x)=0$ egyenletbe; a törtek eltávolítása után keletkezik:
$$f(y)\equiv (y+1)^2+p(y+1)(y-1)+q(y-1)^2=0,$$
ill.
$$f(y)\equiv (1+p+q)y^2+2(1-q)y+1-p+q=0.$$
II. Megoldás. Határozzuk meg y_1+y_2 és y_1y_2 értékét az $f(x)=0$ egyenlet együtthatóival.
$$y_1+y_2=\frac{x_1+1}{x_1-1}+\frac{x_2+1}{x_2-1}=\frac{2x_1x_2-2}{x_1x_2-(x_1+x_2)+1}=\frac{2(q-1)}{q+p+1},$$
$$y_1y_2=\frac{(x_1+1)(x_2+1)}{(x_1-1)(x_2-1)}=\frac{x_1x_2+(x_1+x_2)+1}{x_1x_2-(x_1+x_2)+1}=\frac{q-p+1}{q+p+1}.$$
Eszerint y_1 és y_2 az
$$y^2+\frac{2(1-q)}{q+p+1}y+\frac{q-p+1}{q+p+1}=0,$$
ill.
$$f(y)\equiv (1+p+q)y^2+2(1-q)y+1-p+q=0$$
egyenlet gyökei.
$$p+q+1=0 \quad \text{esetében} \quad p=-(q+1), \quad \text{és így az}$$
$$f(x)\equiv x^2-(q+1)x+q=0 \quad \text{gyökei} \quad q \quad \text{és } 1.$$
Ezen esetet azonban, midőn az $f(x)=0$ egyik gyöke 1, kizártuk.

Sinay Marianne (Ref. leányg. VI. o. Miskolc.)