Legyen $BH = m, AB = x, CD = y$.

Az AD és BC átmérőkhöz tartozó körök szimmetrikus helyzetűek a trapéz EF szimmetria tengelyére nézve; ezért érintési portjuk, I, az EF egyenesen fekszik. (E az AB, F a CD oldal felező pontja.) A BH magasság H talppontja a BC átmérőjű körön fekszik. (Thales tétele.) Ezen körre vonatkozólag

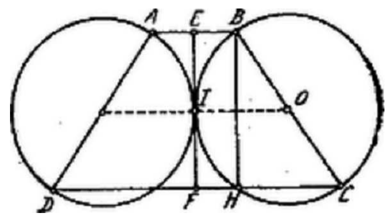
$$\overline{FI}^2 = \overline{FH} \cdot \overline{FC}.$$

Azonban[1]

$$FI = \frac{m}{2}, \qquad FH = EB = \frac{x}{2}, \qquad FC = \frac{y}{2}.$$

Eszerint

(1) $$m^2 = xy \ldots$$



A CBD derékszögű háromszögben pedig $\overline{BH^2} = \overline{DH} \cdot \overline{HC}$. Minthogy

(2) $$DH = \frac{x+y}{2}, \qquad HC = \frac{y-x}{2}, \qquad 4m^2 = y^2 - x^2 \ldots$$

Ha 1)-et $-x^2y^2 = -m^4$ alakban írjuk, akkor így 1) és 2) alapján mondhatjuk, hogy y^2 és $-x^2$ a

(3) $$z^2 - 4m^2z - m^4 = 0 \ldots$$

egyenlet gyökei, még pedig

$$y^2 = m^2(2+\sqrt{5}) \quad \text{és} \quad -x^2 = m^2(2-\sqrt{5}).$$

Minthogy y és x csak pozitívek lehetnek,

$$y = m\sqrt{2+\sqrt{5}}, \qquad x = m\sqrt{\sqrt{5}-2}.$$

Mendelsohn György (Izr. g. VI. o. Bp.)

[1]Ha I-ben EF-re merőlegest állítunk, ez a kör középpontján, tehát BC (ill. AD) felezőpontján megy keresztül. Ebből következik: 1) I az EF felezőpontja; 2) $BC = 2\,IO = \dfrac{x+y}{2}$.