Az x^2-re másodfokú $x^4-2ax^2+b^2=0$ egyenlet megoldása:

$$x^2=a\pm\sqrt{a^2-b^2},\quad \text{ill.}\quad x=\pm\sqrt{a\pm\sqrt{a^2-b^2}}.$$

Itt x-re négy értéket kaptunk; mindegyik összetett négyzetgyök. Elegendő, ha csak az egyiket állítjuk elő, mint két egyszerű négyzetgyök összegét. Legyen tehát

$$\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}}=\sqrt{u}+\sqrt{v}\quad \text{és így}\quad a+\sqrt{a^2-b^2}=u+v+2\sqrt{uv}.$$

Utóbbi egyenlet csak úgy állhat meg, ha

$$u+v=a\quad \text{és}\quad 2\sqrt{uv}=\sqrt{a^2-b^2}\quad \text{vagy}\quad uv=\frac{a^2-b^2}{4}.$$

Eszerint

$$u \text{ és } v \text{ a }\; z^2-az+\frac{a^2-b^2}{4}=0$$

egyenlet gyökei:

$$u=z_1=\frac{1}{2}\left(a+\sqrt{a^2-4\frac{a^2-b^2}{4}}\right)=\frac{1}{2}(a+b)$$

$$v=z_2=\frac{1}{2}\left(a-\sqrt{a^2-\frac{a^2-b^2}{4}}\right)=\frac{1}{2}(a-b).$$

Vagy pedig $u=z_2$ és $v=z_1$. Az u és v felcserélése által nem kapunk különböző megoldásokat és így

$$\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}}=\sqrt{\frac{a+b}{2}}+\sqrt{\frac{a-b}{2}}.$$

Hasonlóan:

$$\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}}=\sqrt{\frac{a+b}{2}}-\sqrt{\frac{a-b}{2}}.$$

Az egyenlet gyökei:

$$x=\pm\left(\sqrt{\frac{a+b}{2}}\pm\sqrt{\frac{a-b}{2}}\right).$$

Komlós Judit (Szent-Erzsébet leányg. V. o. Pécs)