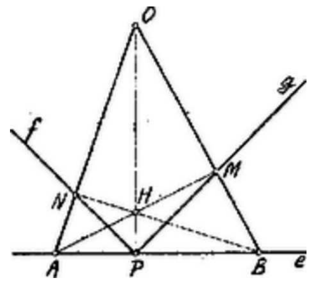
Az $OAB\triangle$ magasságainak talppontjai legyenek ábránk szerint M, N, P. Az O pontból bocsátott magasság talppontja az e egyenesen mindig P.



Jelölje H a magassági pontot. Az $APHN$ négyszög az AH átmérő fölött írt körbe írt háromszög. Ezért $HPN\sphericalangle = HAN\sphericalangle$, t. i. a $\widehat{HN}$ ívhez tartozó kerületi szögek. Azonban az AOM derékszögű háromszögben

$$HAN\sphericalangle = 90^\circ - AOB\sphericalangle$$

és így $$HPN\sphericalangle = 90^\circ - AOB\sphericalangle.$$

Hasonlóan $$HPM\sphericalangle = 90^\circ - AOB\sphericalangle$$

Minthogy P szilárd pont, az M és N az OP-re szimmetrikus helyzetű f és g egyeneseken feküsznek, melyek OP-vel meghatározott szöget zárnak he.

Feltételeztük, hogy AOB hegyes szög. Ha azonban AOB tompa szög, hasonló gondolatmenettel azt találjuk, hogy

$$APN\sphericalangle = HPM\sphericalangle = AOB\sphericalangle - 90^\circ.$$

Ha pedig $AOB\sphericalangle = 90^\circ$, akkor az M és N pontok mindig az O pontba esnek.

Ha AOB nem derékszög, akkor a szöget bezáró egyenesek által meghatározott AB szelet az e egyenesen feküdhetik a hegyes szög vagy mellékszögének szárai között. Ha a hegyes szög ω, mellékszöge $180^\circ - \omega$. Azonban $(180^\circ - \omega) - 90^\circ = 90^\circ - \omega$. Tehát a HPN, HPM szögek nagysága mindig ugyanaz marad.

OA felvehet minden irányt; N leírja az egész f egyenest, hasonlóan M az egész g egyenest.

Kovács Ervin (Kegyesrendi g. VI. o. Bp.).