

I. Megoldás.

$$\begin{aligned}x(x+3) &= x^2 + 3x \\(x+1)(x+2) &= x^2 + 3x + 2.\end{aligned}$$

Ha már most $x^2 + 3x = y$, akkor egyenletünk:

$$16y(y+2) = 9 \quad \text{ill.} \quad 16y^2 + 32y - 9 = 0.$$

$$\text{Innen } y = \frac{-32 \pm \sqrt{32^2 + 4 \cdot 16 \cdot 9}}{32} = \frac{-32 \pm 40}{32}; \quad y_1 = \frac{-9}{4}, \quad y_2 = +\frac{1}{4}.$$

$$\text{I. Ha } x^2 + 3x = -\frac{9}{4}, \quad \text{akkor } x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-9}}{2} = \frac{-3}{2}.$$

$$\text{II. Ha } x^2 + 3x = +\frac{1}{4}, \quad \text{„ } x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+1}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{10}}{2}.$$

Észerint az eredeti negyedfokú egyenletnek négy gyöke:

$$\frac{-3 - \sqrt{10}}{2}, \quad -\frac{3}{2}, \quad -\frac{3}{2}, \quad \frac{-3 + \sqrt{10}}{2}.$$

$\left(\frac{3}{2}\right)$ az egyenletnek kétszeres gyöke.)

Irányi László (Kegyesrendi gimn. VI. o. Szeged)

II. Megoldás. Az előző megoldás bevezetésében foglalt megállapítások mellett

$$\begin{aligned}x(x+1)(x+2)(x+3) &= (x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) = (x^2 + 3x)^2 + 2(x^2 + 3x) = \\&= (x^2 + 3x + 1)^2 - 1.\end{aligned}$$

Ha $x^2 + 3x + 1 = z$, akkor

$$16(z^2 - 1) = 9, \quad z^2 - 1 = \frac{9}{16}, \quad z^2 = \frac{25}{16}, \quad z = \pm \frac{5}{4}.$$

$$\text{(I.)} \quad x^2 + 3x + 1 = \frac{5}{4} \quad \text{ill.} \quad x^2 + 3x = \frac{1}{4}.$$

$$\text{(II.)} \quad x^2 + 3x + 1 = -\frac{5}{4} \quad \text{ill.} \quad x^2 + 3x = -\frac{9}{4}.$$

Ezen két egyenlet megoldását l. I.-ben.

Jegyzet. A III. évf. 1. számában, a 133 gyakorlatban kimutattuk, hogy ha négy egymásután következő egész szám szorzatához 1-et adunk, négyzetszámot kapunk. Ezt általánosíthatjuk:

ha egy számtani haladvány négy egymásután következő tagjának szorzatához a különbség negyedik hatványát adjuk, négyzetes kifejezést nyerünk. Ugyanis

$$\begin{aligned}x(x+d)(x+2d)(x+3d) + d^4 &= (x^2 + 3dx)(x^2 + 3dx + 2d^2) + d^4 = \\&= (x^2 + 3dx)^2 + 2(x^2 + 3dx)d^2 + d^4 = (x^2 + 3dx + d^2)^2.\end{aligned}$$

A mi esetünkben $d = 1$.