Minthogy $504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$, ki kell mutatnunk, hogy

$$f(a) \equiv (a^3 - 1)a^3(a^3 + 1)$$

osztható külön-külön 2^3, 3^2 és 7 törzsszám-hatványokkal.

I. Ha a páros szám, akkor a^3 osztható 2^3-ével.

Ha a páratlan, $a^3 - 1$ és $a^3 + 1$ egymásra következő páros számok; egyikük feltétlenül osztható 4-gyel is, tehát szorzatuk $2 \times 4 = 8 = 2^3$-ével.

Eszerint $f(a)$ mindig osztható 2^3-ével.

II. Ha a a 3 többszöröse, a^3 osztható 3^2-ével.

Ha a nem többszöröse 3-nak, $3k \pm 1$ alakban írható. Már most

$$a^3 = (3k \pm 1)^3 = 3^3k^3 \pm 3 \cdot 3^2k^2 + 3 \cdot 3k \pm 1.$$

A jobboldal első 3 tagjának mindegyike és így összegük is 3^2-ével osztható, azaz

$$a^3 = 3^2M \pm 1.$$

Eszerint vagy $a^3 - 1$ vagy $a + 1$ osztható 3^2-ével és így $f(a)$ is 3^2 többszöröse.

III. Ha a többszöröse 7-nek, akkor a^3 és így a $f(a)$ is többszöröse 7-nek.

Ha a nem többszöröse 7-nek, akkor

$$7k \pm 1, \qquad 7k \pm 2, \qquad 7k \pm 3$$

alakú szám. Ezen számok köbe pedig

$$7m \pm 1, \qquad 7m \pm 8, \qquad 7m \pm 27$$

alakot vesz fel, tehát vagy $a^3 - 1$, vagy $a^3 + 1$ osztható 7-tel.

Eszerint $f(a)$ mindig többszöröse 7-nek is.

Komlós Judit (Szent Erzsébet leányg. V. o. Pécs)