1°. A feladatban foglalt utasításokat követve, ábránk szerinti jelzésekkel

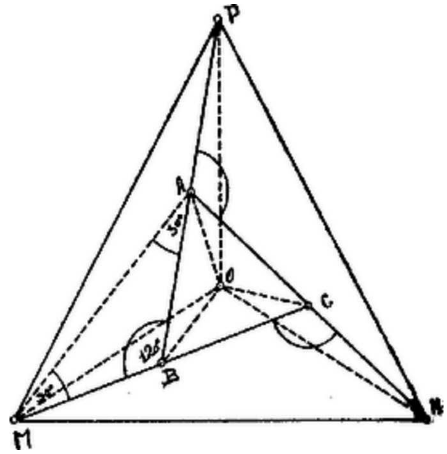
$$CMN\Delta \cong ANP\Delta \cong BPM\Delta.$$

Mindezen háromszögben két-két oldal és az általuk bezárt szög egyenlő:

$$CM = AN = BP = 2a; \qquad CN = AP = BM = a$$
$$MCN\sphericalangle = NAP\sphericalangle = PBM\sphericalangle = 120°.$$

Ebből következik, hogy

$$MN = NP = PM.$$



2°. Kössük össze A-t az M ponttal. Az AMB egyenlőszárú háromszög B csúcsánál fekvő szög 120°, az AM alapon fekvő szögek mindegyike 30°.
Tehát

$$CAM\sphericalangle = CAB\sphericalangle + BAM\sphericalangle = 60° + 30° = 90°.$$

$$AM = \sqrt{\overline{CM}^2 - AC^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$
$$MN = \sqrt{\overline{AN}^2 + \overline{AM}^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a\sqrt{7}.$$

Az MNP háromszög mindegyik oldala: $a\sqrt{7}$.

3°. Kössük össze az O pontot az $ABC\Delta$, ill. az $MNP\Delta$ csúcsaival. Ekkor

$$OAN\Delta \cong OBP\Delta \cong OCM\Delta.$$

Ugyanis

$$OA = OB = OC; \quad AN = BP = CM.$$
$$OAN\sphericalangle = OBP\sphericalangle = OCM\sphericalangle = 30°.$$

Az egybevágóság ismét azáltal áll elő, hogy két-két oldal és az általuk bezárt szög egyenlő.

Az egybevágóságból következik: $ON = OP = OM$, azaz O az MNP háromszögnek is a középpontja.

Dénes László (Áll. Szent István g. VI. o. Bp. XIV.)

Jegyzet: Ha az $ABC\Delta$-et O körül 120°-kal elforgatjuk, pl. a pozitív irányban, akkor A a B-re, B a C-re, C az A-ra esik. Ugyanekkor az BAP egyenes a CBM, a CBM egyenes ACN, a ACN egyenes az BAP helyzetbe kerül, azaz: P az M, M az N, N a P helyére kerül. Eszerint $MNP\Delta$ is egyenlő oldalú. E háromszög középpontja ugyancsak O.