

1⁰. Legyen I az $ABC\Delta$ -be írt kör középpontja. A $B_1IC_1\triangleleft = 180^\circ - \alpha$. Az $ABC\Delta$ -be írt kör sugarát jelölje r . Az $A_1B_1C_1\Delta$ az r sugarú körbe írt háromszög; ezért

$$B_1C_1 = 2r \sin \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) = 2r \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{2t}{s} \cos \frac{\alpha}{2}.$$

Itt t az $ABC\Delta$ területét, s pedig kerületének felét jelenti. Hasonlóan

$$C_1A_1 = \frac{2t}{s} \cos \frac{\beta}{2}, \quad A_1B_1 = \frac{2t}{s} \cos \frac{\gamma}{2}.$$

2⁰. Az $A_1B_1C_1\Delta$ szögei az r sugarú körben kerületi szögek. $\alpha_1 = B_1A_1C_1\triangleleft$ kerületi szöghöz tartozó középponti szög $B_1IC_1\triangleleft = 180^\circ - \alpha$. Tehát

$$\alpha_1 = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}, \quad \beta_1 = 90^\circ - \frac{\beta}{2}, \quad \gamma_1 = 90^\circ - \frac{\gamma}{2}.$$

3⁰. Az $A_1B_1C_1\Delta$ területe t_1 . Körülírt körének sugara r , tehát

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{a_1b_1c_1}{4r} = \frac{(2r)^3}{4r} \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} = 2r^2 \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}} \sqrt{\frac{s(s-b)}{ca}} \sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}} = \\ &= \frac{2r^2}{abc} s \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \frac{2r^2}{4Rt} \cdot s \cdot t = \frac{2r \cdot (rs)t}{4Rt} \\ & \quad t_1 = \frac{r}{2R}t. \end{aligned}$$

Itt t az $ABC\Delta$ területét, R körülírt körének sugarát jelenti.