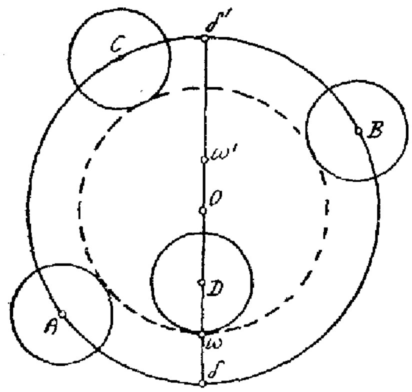
Valamely pontnak a körtől való távolsága jelentheti a ponton átmenő átmérő kisebbik vagy nagyobbik szeletét. Ha a 4 pont egy körön fekszik, akkor ezen körrel koncentrikus bármely kör megfelel a követelménynek.

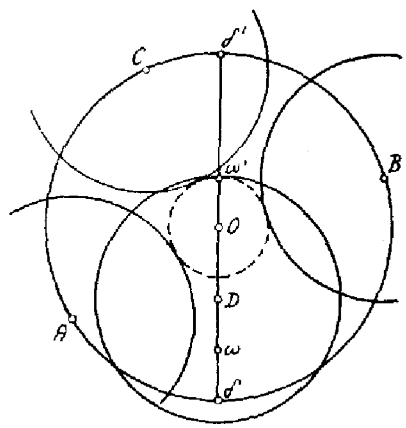
Tegyük fel már most, hogy a 4 pont nem fekszik egy körön. Tekintsük továbbá azon kört, mely az adott A, B, C pontokon megy keresztül és D pl. ezen körön belül fekszik; e kör középpontja legyen O. Az OD átmérő a kört a δ és δ' pontokban metszi. $D\delta$ felezőpontja legyen ω, $D\delta'$-é pedig ω'.



1.

1^0. Azon kör, melynek középpontja O és sugara $O\omega$, kívülről érinti azon köröket, melyeknek középpontja A, B, C és sugaruk $\frac{1}{2}D\delta$, belülről érintkezik azon körrel, melynek középpontja D és sugara ugyancsak $\frac{1}{2}D\delta = D\omega$.

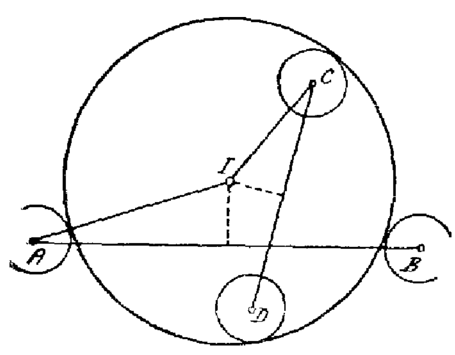
Ezen kör tehát megfelel a követelménynek: mind a négy adott ponttól egyenlő $\left(\frac{1}{2}D\delta\right)$ távolságban van.



2.

2^0. Hasonlóan azon kör, melynek középpontja O és sugara $O\omega'$, kívülről érinti az A, B, C pontok körül $\omega'\delta' = \frac{1}{2}D\delta'$ sugárral leírt köröket és belülről érintkezik, az ω' pontban azon körrel, melynek középpontja D és sugara $D\omega' = \frac{1}{2}D\delta'$.

További két-két körhöz jutnak, ha az A, B, C pontokon átmenő körök helyett azon köröket tekintjük, melyek az A, B, D; A, C, D; B, C; D; pontokon mennek keresztül.



3.

3^0. Végül kereshetjük azon köröket, melyek kívülről érintik az A és B körül, azonban belülről a C és D körül leírt köröket. Ilyen kör középpontja, egyenlő távolságban lévén egyrészt A-tól és B-től, másrészt C-től és D-től, az AB és CD távolságokat merőlegesen felező egyenesek I metszőpontja; sugara pedig $\frac{1}{2}(IA+IC)$. Feltéve már most, hogy $IA > IC$, a szóbanforgó kör az A és B körül $\frac{1}{2}(IA-IC)$ sugárral leírt köröket kívülről, a C és D körül ugyanakkora sugárral szerkesztett köröket belülről érinti. (Tehát az I középpontú kör mind a négy ponttól $\frac{1}{2}(IA-IC)$ távolságra van!)

Ilyen tulajdonságú kör összesen 3 van, mert az A-hoz vehetjük a B-t, ill. C-t vagy D-t.

Az összes megoldások száma eszerint $4\times 2+3=11$.

Az elmondottak alapján következtethetünk azon speciális esetekre, amidőn a 4 pont közül 3 vagy mind a négy egy egyenesen van, vagy a 4 pont nem szimmetrikus trapéz csúcsai.