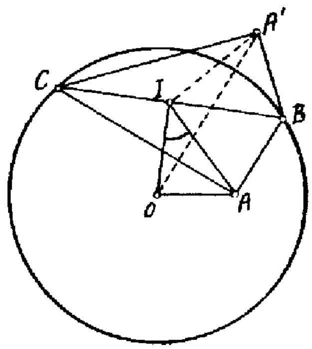
A BAC szilárd háromszög BC átfogója a kör állandó hosszúságú húrja. Ennek I felezőpontja az O középponttól állandó távolságban marad, tehát kört ír le az O körül. Az A csúcs helyzete kétféle lehet: feküdhetik a BC ugyanazon oldalán, amelyiken az O középpont és feküdhetik ezzel ellenkező oldalon, ez az A'. Úgy az A, mint az A' mértani helye kör, O középponttal.



Ugyanis az AO távolság mindenkor ugyanakkora marad. Az $ABC\triangle$-ben: $AI = \frac{1}{2}BC$; IO ugyancsak állandó és az általuk bezárt szög is állandó, még pedig $OIA\sphericalangle = 90^\circ - AIB\sphericalangle = 90^\circ - 2ACB\sphericalangle$. Ebből következik, hogy AO is egy szilárd távolság. Hasonlóan $A'O$ is.

Erőd Márta (Koháry g. VI. o. Gyöngyös.)

Jegyzet. A cosinustétel alkalmazásával

$$\overline{AO}^2 = \overline{AI}^2 + \overline{IO}^2 - 2\overline{AI} \cdot IO \cos OIA$$

$$AI = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a;\ \overline{IO}^2 = R^2 - \frac{a^2}{4};\ ACB\sphericalangle = \gamma,$$

$$OIA\sphericalangle = 90^\circ - 2\gamma;^{1}\ \cos OIA = \sin 2\gamma = 2\sin\gamma\cos\gamma = \frac{c}{a}\cdot\frac{b}{a} = \frac{bc}{a^2}.$$

Helyettesítve ezeket

$$\overline{AO}^2 = R^2 - \frac{2bc}{a}\sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}.\ (\text{Ha } a = 2R,\ AO = R!)$$

$$\overline{A'O}^2 = R^2 + \frac{2bc}{a}\sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}.\ (\quad ,, \quad ,, \quad A'O = R!)$$

[1] $OIA'\sphericalangle = 90^\circ + 2\gamma$.