1^0. Tulajdonképpen két egyenletrendszerrel van dolgunk, aszerint, amint a-t $+$ vagy $-$ jellel vesszük.

I.

(1a) $$y=mx+a\ldots$$

(2a) $$a(y-x)=xy\ldots$$

y kiküszöbölésével keletkezik:

(3) $$mx^2+a(2-m)x-a^2=0\ldots$$

3)-nak valósak a gyökei, ha
$$a^2(2-m)^2+4a^2m\geqq 0,\quad \text{ill.}\quad a^2(4+m^2)>0.$$

Ezen feltétel mindenkor ki van elégítve; az I. egyenletrendszernek az m bármely értéke mellett két valós megoldása van.

II.

(1b) $$y=mx-a\ldots$$

(2b) $$a(y-x)=xy\ldots$$

y kiküszöbölésével keletkezik: $mx^2-max+a^2=0\ldots$

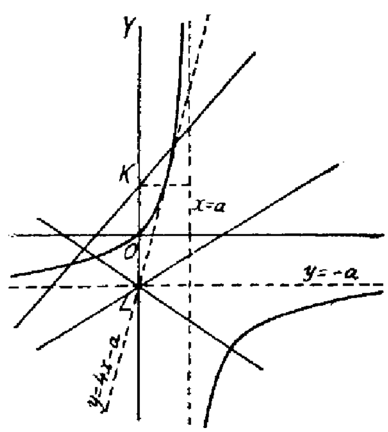
4)-nek valósak a gyökei, ha
$$m^2a^2-4ma^2\geqq 0\quad \text{ill.}\quad m(m-4)\geqq 0.$$

Ezen esetben akkor valósak a gyökök, ha $m\leqq 0$ vagy $m\geqq 4$.

2^0. 2)-ből $y=\dfrac{ax}{a-x}=\dfrac{a(x-a)+a^2}{a-x}=-a+\dfrac{a^2}{a-x}$.

Ha x végtelen felé tart, akkor a függvény értéke $-a$-hoz közeledik, a görbe az $y=-a$ egyeneshez (és ezt a végtelenben érinti, ha $x=\pm\infty$).

y értéke $+\infty$ felé tart, ha x az a-nál kisebb értékek oldalán, azonban $-\infty$ felé tart, ha x az a-nál nagyobb értékek oldalán közeledik a-hoz. A görbe az $x=a$ egyenest a végtelenben érinti (ha $y=\pm\infty$).



A görbének két egymásra merőleges aszimptotája van, eszerint: egyenlőoldalú hiperbolával van dolgunk.

Az $y=mx+a$ egyenes keresztülmegy a $K(x=0,\ y=+a)$ ponton; irányhatározója m. A K ponton átmenő bármely egyenes metszi a görbét két pontban. Ha $m=0$, az egyik metszéspont a $P\left(x=\dfrac{a}{2},\ y=a\right)$, a másik a végtelenben van.

Ha $m=\infty$, az egyik metszéspont az origo $(x=0,\ y=0)$, a másik a végtelenben van.

Az $y=mx-a$ egyenes keresztülmegy az $L(x=0,\ y=-a)$ ponton. Ezen ponton átmenő egyenesek közül az, amelyikre nézve $m=0$ (párhuzamos X tengellyel), a görbe aszimptotája. Amelyikre nézve $m=4$, érinti a görbét. Ugyanis ekkor 4)-ből
$$4x^2-4ax+a^2=0\quad \text{azaz}\quad (2x-a)^2=0.$$
$x=\dfrac{a}{2}$ ezen egyenlet kétszeres gyöke; tehát az $y=4x-a$ egyenes a görbét a $P\left(x=\dfrac{a}{2},\ y=a\right)$ pontban érinti.

Az L ponton átmenő egyenesek közül azoknak, melyek az $y=-a$ aszimptota $(X'LX)$ és az $y=4x-a$ érintő által alkotott *hegyes* szögön belül esnek, a görbével nincs közös pontjuk. (Ezekre nézve $0<m<4$.)

Steiner Iván (Toldy Ferenc g. VI. o. Bp. II.)