

I. Megoldás. Ha a megadott negyedfokú kifejezés osztható az $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ másodfokúval, a hányados másodfokú, melynek első tagja $4x^2$, tehát $4x^2 + px + q$ alakú. Kell tehát, hogy legyen:

$$4x^4 + 4x^3 - 11x^2 + ax + b \equiv (x^2 - 2x + 1)(4x^2 + px + q).$$

Ha a jobboldalon a szorzást elvégezzük és a tagokat x hatványai szerint rendezzük, keletkezik

$$4x^4 + (p-8)x^3 + (q-2p+4)x^2 + (p-2q)x + q.$$

Az azonosság azt jelenti, hogy a két oldalon a megfelelő együtthatók egyenlők:

$$p-8=4, \quad q-2p+4=-11, \quad p-2q=a, \quad q=b.$$

Innen sorban haladva: $p=12$, $q=9$, $a=-6$, $b=9$.

A hányados: $4x^2 + 12x + 9$.

Haraszthy András (Szent László g. V. o. Bp. X)

II. Megoldás. A negyedfokú kifejezés osztható $(x-1)^2$ -ével, ha osztható $(x-1)$ -gyel és a hányados ismét osztható $(x-1)$ -gyel.

Valamely többtagú egész kifejezése x -nek osztható $(x-1)$ -gyel, ha $x=1$ helyettesítéssel a kifejezés értéke zérus, azaz, ha

$$4 + 4 - 11 + a + b = 0, \quad a + b - 3 \quad \text{ill.} \quad b = 3 - a.$$

Így keletkezik: $4x^4 + 4x^3 - 11x^2 + ax + (3-a)$.

Ha ezt $(x-1)$ -gyel osztjuk, a hányados

$$4x^3 + 8x^2 - 3x + (a-3).$$

Ha már most itt x helyébe 1-t helyettesítünk:

$$4 + 8 - 3 + a - 3 = 0, \quad a = -6, \quad b = -9.$$

Róka Ede (Ref. g. VI. o. Bp.)

III. Megoldás.

$$\begin{array}{r} (4x^4 + 4x^3 - 11x^2 + ax + b) : (x^2 - 2x + 1) = 4x^2 + 12x + 9 \\ \underline{-4x^4 \mp 8x^3 \pm 4x^2} \\ 12x^3 - 15x^2 + ax \\ \underline{-12x^3 \mp 24x^2 \pm 12x} \\ 9x^2 + (a-12)x + b \\ \underline{-9x^2 \mp 18x \quad \pm 9} \\ (a+6)x \quad +b -9 \end{array}$$

Az oszthatóság feltétele, hogy a maradék x bármely értékénél eltűnjék, azaz $a+6=0$ és $b-9=0$, tehát $a=-6$, $b=9$ legyen.

Lóránd László (Bencés g. V. o. Győr.)