I. Megoldás.

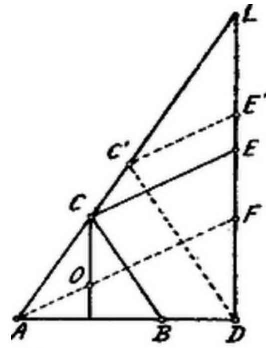
Az $ACED$ négyszöget három háromszögre bontjuk: ABC, BDE, BCE háromszögekre.

Az $ABC\triangle$ területe $t_1 = \dfrac{x^2\sqrt{3}}{4}$.

Az $ABC\triangle$ magasságai az O pontbam metszik egymást. A BC oldalhoz tartozó magasság az F pontban metszi DE-t. Mint hogy $CO \parallel DE$ és $AF \parallel CE$, a $COFE$ idom parallelogramma, tehát

$$EF = CO = \frac{2}{3}CH = \frac{2}{3}\cdot\frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{\sqrt{3}},$$

továbbá $$CE = OF = AF - AO.$$



Minthogy $\quad DAF\sphericalangle = 30^\circ, \quad AF = AD : \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{2d}{\sqrt{3}}$ és $DF = \dfrac{d}{\sqrt{3}}$.

Eszerint $$CE = \frac{2d}{\sqrt{3}} - \frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{2d-x}{\sqrt{3}}.$$

Már most a BDE derékszögű háromszög területe

$$t_2 = \frac{BD\cdot DE}{2} = \frac{d-x}{2}\cdot\frac{d+x}{\sqrt{3}} = \frac{d^2-x^2}{2\sqrt{3}}.$$[1]

A BCE derékszögű háromszög területe

$$t_3 = \frac{BC\cdot CE}{2} = \frac{x(2d-x)}{2\sqrt{3}}.$$

Az $ACED$ négyszög területe

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} + \frac{d^2-x^2}{2\sqrt{3}} + \frac{2dx-x^2}{2\sqrt{3}} = -\frac{x^2}{4\sqrt{3}} + \frac{dx}{\sqrt{3}} + \frac{d^2}{2\sqrt{3}} =$$
$$= \frac{2d^2+4dx-x^2}{4\sqrt{3}} = \frac{6d^2-(2d-x)^2}{4\sqrt{3}}.$$

Ha x növekedik 0-tól d-ig, $(2d-x)^2$ értéke *csökken állandóan* $4d^2$-től d^2-ig, tehát t értéke állandóan növekedik $\dfrac{d^2}{2\sqrt{3}}$-től $\dfrac{5d^2}{4\sqrt{3}}$-ig. A változást egy olyan parabola felszálló íve tünteti fel, melynek felső tetőpontja van az $x = 2d$ helyen.

Mogyoróssy Kálmán (Br. Kemény Zsigmond g. VI. o. Bp. VI.).

II. Megoldás. Miközben x változik 0-túl d-ig, a C csúcs a szilárd AL egyenesen mozog A-tól C'-ig. AL ez AD-hez 60°-ú szög alatt hajlik és $AC' = AD = d$. A CE állandóan párhuzamos marad az AF magassági vonallal és határhelyzetei AF, $C'E'$.

Az $ACED$ négyszög területének kezdő értéke az $ADF\triangle$-ével egyenlő, tehát $\dfrac{d}{2}\cdot\dfrac{d}{\sqrt{3}} = \dfrac{d^2}{2\sqrt{3}}$.

A négyszög területének másik határértéke az $AC'E'D$ négyszögé. Ez két részből áll: az $AC'D$ egyenlő oldalú és a $DC'E'$ derékszögű háromszögekből.

Az előbbi területe $\dfrac{d^2\sqrt{3}}{4}$, az utóbbi egybevágó $ADF\triangle$-gel, területe $\dfrac{d^2}{2\sqrt{3}}$.

A négyszög területének legnagyobb értéke:

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} + \frac{d^2}{2\sqrt{3}} = \frac{3d^2}{4\sqrt{3}} + \frac{2d^2}{4\sqrt{3}} = \frac{5d^2}{4\sqrt{3}}.$$

Szittyai Dezső (Wágner g. V. o. Rákospalota).