Tekintsük a következő kifejezéseket:

$$f_1=\sqrt{\frac{x}{a}+\frac{c}{b}}+\sqrt{\frac{x}{a}+\frac{c}{b}}+\sqrt{\frac{4x}{a}-\frac{2c}{b}}$$
$$f_2=\sqrt{\frac{x}{a}+\frac{c}{b}}+\sqrt{\frac{x}{a}-\frac{c}{b}}+\sqrt{\frac{4x}{a}-\frac{2c}{b}}.$$

Minthogy valós értékű négyzetgyököket veszünk figyelembe, f_1 és f_2 egy időben valósak. Azonban f_1 pozitív, míg $f_2=0$ is lehet, és éppen az a kérdés, hogy x mely értékénél lesz $f_2=0$? Ha $f_2=0$, akkor $f_1f_2=O$ és megfordítva: ha $f_1f_2=0$, akkor $f_2=0$ (mert $f_1>0$). Eszerint az $f_2=0$ egyenlet aequivalens az

$$f_1f_2=\frac{x}{a}+\frac{c}{b}+\frac{x}{a}-\frac{c}{b}+2\sqrt{\frac{x^2}{a^2}-\frac{c^2}{b^2}}-\left(\frac{4x}{a}-\frac{2c}{b}\right)=0$$

egyenlettel, vagy rendezve:

$$f_1f_2=-\frac{2x}{a}+\frac{2c}{b}+2\sqrt{\frac{x^2}{a^2}-\frac{c^2}{b^2}}=0,$$

ill.
$$f_1f_2=2\left[\sqrt{\left(\frac{x}{a}+\frac{c}{b}\right)\left(\frac{x}{a}-\frac{c}{b}\right)}-\left(\frac{x}{a}-\frac{c}{b}\right)\right]=0.$$

Ha $\frac{x}{a}-\frac{c}{b}<0$, akkor a baloldalon pozitív tagok állanak, összegük nem lehet zérus; az egyenletnek nincs megoldása.

Ha $\frac{x}{a}-\frac{c}{b}>0$, akkor

$$f_1f_2=2\sqrt{\frac{x}{a}-\frac{c}{b}}\left(\sqrt{\frac{x}{a}+\frac{c}{b}}-\sqrt{\frac{x}{a}-\frac{c}{b}}\right)=0.$$

1^0. $f_1f_2=0$, ha $\frac{x}{a}-\frac{c}{b}=0$; ekkor $f_2=0$, de $f_1\neq 0$ és $x=\frac{ac}{b}$.

T. i., ha $\frac{x}{a}=\frac{c}{b}$, akkor $f_2=\sqrt{\frac{2c}{b}}-\sqrt{\frac{2c}{b}}=0$,

míg $f_1=\sqrt{\frac{2c}{b}}+\sqrt{\frac{2c}{b}}=2\sqrt{\frac{2c}{b}}$.

2^0. $f_1f_2=0$, ha $\sqrt{\frac{x}{a}+\frac{c}{b}}=\sqrt{\frac{x}{a}-\frac{c}{b}}$.

Ezen egyenlőség azonossággá válik, ha $\frac{c}{b}=0$, és így $f_2=0$ az x bármely értékénél, míg $f_1=4\sqrt{\frac{x}{a}}$. Azonban, ha $\frac{c}{b}\neq 0$, ellenmondást tartalmaz és nem szolgáltat véges megoldást.

Freud Géza (Berzsenyi Dániel g. VI. o. Bp. V.)