Ha az N szám az a, b, c, ... számoknak legkisebb közös többszöröse, akkor kell, hogy az

$$\frac{N}{a},\ \frac{N}{b},\ \frac{N}{c},\ \dots \tag{1}$$

hányadosoknak ne legyen közös oszlójuk, azaz ezen hányadosok *együttesen* relatív prímek legyenek.

(Ugyanis, ha az (1) hányadosoknak volna még egy δ közös osztójuk, azaz

$$\frac{N}{a}=\delta a',\ \frac{N}{b}=\delta b',\ \frac{N}{c}=\delta c',\ \dots$$

ahol a', b', c' ... már relatív prímek, akkor

$$\frac{N}{\delta}=aa',\ \frac{N}{\delta}=bb',\ \frac{N}{\delta}=cc',\ \dots$$

tehát az a, b, c ... számoknak legkisebb közös többszörösük $\frac{N}{\delta}$ lenne.)

Jelentse már most P az $A_1A_2A_3$ szorzatot és $P_i=\frac{P}{A_i}(i=1,\ 2,\ 3)$ hányadost, azaz két-két A szorzatát. Minthogy D a P_i szorzatok legnagyobb közös osztója, a $\frac{P_i}{D}=a_i$ hányadosok relatív prímek. Így

$$P=P_iA_i=Da_iA_i,\quad \text{azaz}\quad \frac{P}{D}:A_i=a_i(i=1,\ 2,\ 3).$$

Látjuk tehát, hogy $\frac{P}{D}$ az A_1, A_2, A_3 számoknak olyan többszöröse, amelyet az A_1, A_2, A_3 számokkal osztva, az a_1, a_2, a_3 relatív prímszámokat nyerjük; tehát $\frac{P}{D}$ valóban az A_1, A_2, A_3 számok legkisebb közös többszöröse!

Igazoljuk ezen megállapítást a megadott számokon.

$$\begin{aligned}
120&=2^3\cdot 3\cdot 5 &\qquad 252\cdot 120&=2^5\cdot 3^3\cdot 5\cdot 7\\
252&=2^3\cdot 3^2\cdot 7 &\qquad 252\cdot 350&=2^3\cdot 3^2\cdot 5^2\cdot 7^2\\
350&=2\cdot 5^2\cdot 7 &\qquad 350\cdot 120&=2^4\cdot 3\cdot 5^3\cdot 7
\end{aligned}$$

Legkísebb közös többszörösük: Legnagyobb közös osztójuk:

$2^3\cdot 3^2\cdot 5^2\cdot 7=12600$ $\qquad D=2^2\cdot 3\cdot 5\cdot 7=840$

$$P=120\cdot 252\cdot 350=2^6\cdot 3^3\cdot 5^3\cdot 7^2$$

$$\frac{P}{D}=\frac{2^6\cdot 3^3\cdot 5^3\cdot 7^2}{2^3\cdot 3\cdot 5\cdot 7}=2^3\cdot 3^2\cdot 5^2\cdot 7=12600.$$

Baka Sándor (Br. Kemény Zsigmond g. V. o., Bp. VI.)