A keresett befogókat jelölje x és y.

Ezeknek kiszámitására szolgál az

$$x^2 + y^2 = a^2 \ldots \tag{1}$$

$$3x + 4y = k \ldots \tag{2}$$

egyenletrendszer. Azt kell megállapítanunk, hogy a k mely értékeinél van az egyenletrendszernek valós megoldása? Így hozzájutunk k azon legnagyobb értékéhez, amelynél még van számbavehető megoldás.

(2)-ből $y = \dfrac{k - 3x}{4}$. Ha ezt (1)-be helyettesítjük,

$$x^2 = \left(\frac{k-3x}{4}\right)^2 = a^2 \quad \text{ill.} \quad 16x^2 + k^2 - 6kx - 9x^2 = 16a^2,$$

vagyis

$$25x^2 - 6kx + k^2 - 16a^2 = 0 \ldots \tag{3}$$

egyenlethez jutunk. Ennek valósak a gyökei, ha

$$36k^2 - 100(k^2 - 16a^2) \geq 0 \text{ azaz } -64k^2 + 1600a^2 \geq 0.$$

Minthogy itt k csak pozitív szám lehet, $k \leq 5a$ a feltétele annak, hogy a (3) gyökei valósak legyenek.

Eszerint k legnagyobb értéke $5a$. Emellett a (3) gyökei egyenlők, még pedig: $x = \dfrac{3a}{5}$ és így $y = \dfrac{4a}{5}$.

A derékszögű háromszög oldalainak aránya: $3 : 4 : 5$.

Baka Sándor (Br. Kemény Zsigmond g. V. o. Bp. VI.)

Jegyzet:

$$(3x + 4y)^2 + (4x + 3y)^2 = 25(x^2 + y^2) = 25a^2.$$

Ezen összefüggésből kiolvashatjuk, hogy $(3x + 4y)^2$ értéke legnagyobb akkor, ha $(4x - 3y)^2$ értéke a legkisebb. Ezen legkisebb érték azonban zérus. Ha már most

$$4x - 3y = 0, \quad \text{akkor} \quad \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \quad \text{és} \quad 3x + 4y = 5a,$$

vagyis $3x + 4y$ legnagyobb értéke $5a$ és ekkor $x = \dfrac{3a}{5}$, $y = \dfrac{4a}{5}$.