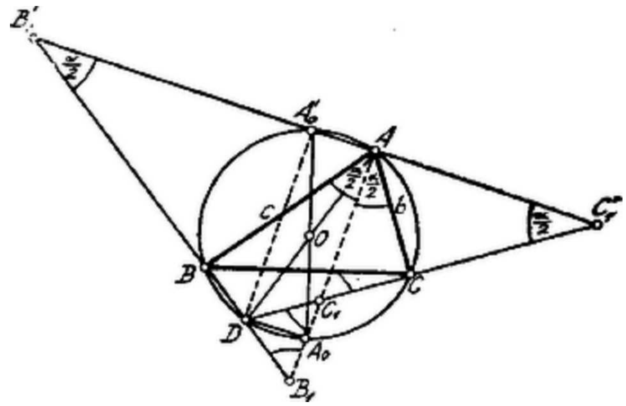
Az $AC=b$ oldalra a C pontban, az $AB=c$ oldalra a B pontban állított merőleges az $\widehat{A}$[1] felezőjét a C_1 ill. B_1 pontban metszi.

Ekkor $AC_1C\sphericalangle = AB_1B\sphericalangle = 90^\circ - \dfrac{\alpha}{2}$. Hosszabbítsuk meg CC_1-t, amíg BB_1-t a D pontban metszi. Ekkor a $B_1C_1D\triangle$ egyenlőszárú, mert a B_1C_1 alapon fekvő szögei egyenlők. Tehát a D-ből B_1C_1-re állított merőleges felezi B_1C_1-t az A_0 pontban. Ki kell mutatnunk, hogy A_0 az $ABC\triangle$ köré írt körön fekszik.



A $BDC\sphericalangle = 180^\circ - \alpha$, mert $ABD\sphericalangle = ACD\sphericalangle = 90^\circ$; tehát $ABDC$ húrnégyszög oly körben, melynek átmérője AD. Minthogy pedig $AA_0D\sphericalangle = 90^\circ$, az A_0 is az $ABC\triangle$ köré írt körön fekszik úgy, hogy felezi a $\widehat{BDC}$ ívet, tehát a BC oldalt merőlegesen felező egyenesen fekszik.

A CC_1 és BB_1 egyenesek az A csúcshoz tartozó külső szögfelezőt a C_1' ill. B_1' pontban metszik úgy, hogy a $B_1'C_1'D\triangle$ is egyenlőszárú, mert a $B_1'C_1'$ alapon fekvő szögek mindegyike $\dfrac{\alpha}{2}$. Ha D-ből $B_1'C_1'$-re merőlegest állítunk, ennek A_0' talppontja felezi $B_1'C_1'$-t. Azonban $DA_0' \parallel AA_0$ (mert mind a kettő merőleges a külső szögfelezőre) és $DA_0 \parallel AA_0'$, (mert mind a kettő merőleges a belső szögfelezőre). Eszerint az $AA_0'DA_0$ idom téglalap, melynek átlói az O pontban, az $ABC\triangle$ köré írt kör középpontjában metszik egymást, tehát A_0' – az $ABC\triangle$ köré írt körön, – ill. az OA_0 egyenesen fekszik; ez pedig merőlegesen felezi BC-t.

Szittyai Dezső (Wagner g. V. o. Rákospalota.)

[1] $\widehat{A}$ az A csúcsnál levő szöget jelöli. (A szerk.)