

Az egyenlet baloldalán álló \sqrt{x} -et helyezzük át a jobboldalra és ezután emeljük négyzetre mindkét oldalon:

$$(1) \quad x - \sqrt{1-x} = 1 + x - 2\sqrt{x}, \quad \text{ill.} \quad -\sqrt{1-x} = 1 - 2\sqrt{x} \dots$$

Ismét négyzetre emelve: $1 - x = 1 - 4\sqrt{x} + 4x$.

Összevonás után:

$$(2) \quad 4\sqrt{x} = 5x \dots$$

Innen:

$$(3) \quad 16x = 25x^2 \quad \text{vagy} \quad x(25x - 16) = 0 \dots$$

A (3) egyenlet gyökei:

$$x_1 = 0 \quad \text{és} \quad x_2 = \frac{16}{25}.$$

Meg kell vizsgálnunk, hogy ezen értékek kielégítik-e az eredeti egyenletet? Az egyenlet eredeti alakjából következik, hogy $0 \leq \sqrt{x} < 1$, azaz $0 \leq x < 1$. Az (1) egyenlet szerint pedig kell, hogy legyen

$$1 < 2\sqrt{x}, \quad \sqrt{x} > \frac{1}{2}, \quad x > \frac{1}{4}.$$

Eszerint az

$\frac{1}{4} < x < 1$ követelményt csak $\frac{16}{25}$ elégíti ki.

Valóban: $x = 0$ helyettesítés az eredeti egyenletben ellentmondásra vezet. Ha $x = \frac{16}{25}$, akkor

$$\begin{aligned} \sqrt{x} &= \frac{4}{5}, \quad \sqrt{1-x} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}, \\ \sqrt{x - \sqrt{1-x}} &= \sqrt{\frac{16}{25} - \frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{16}{25} - \frac{15}{25}} = \frac{1}{5}, \\ \frac{1}{5} + \frac{4}{5} &= 1. \end{aligned}$$

$x = 0$ az $\sqrt{x + \sqrt{1-x}} + \sqrt{x} = 1$ egyenletnek gyöke. Ha az (1) baloldalán $+\sqrt{1-x}$ áll, akkor is – négyzetreemelés után – a (2)-höz jutunk.

Erőd Márta (Koháry István g. VI. o. Gyöngyös).