

A 2) egyenlet tagjait kivonva a 3) megfelelő tagjaiból, keletkezik:

$$(4) \qquad 7x + y = 3 \dots$$

Az 1) tagjaiból 2) tagjait kivonva: $(a^3 - 1)x + (a - 1)y = a^2 - 1$.

Ha $a \neq 1$, akkor $(a - 1)$ tényezővel egyszerűsíthetünk és így

$$(5) \qquad (a^2 + a + 1)x + y = a + 1 \dots$$

Most már 4) és 5)-ből:

$$(6) \qquad (a^2 + a - 6)x = a - 2 \dots$$

Azonban

$$a^2 + a - 6 = (a + 3)(a - 2);$$

ha $a \neq 2$, akkor $(a + 3)x = 1$,

és ha $a \neq -3$, akkor $x = \frac{1}{a + 3}$.

4) szerint

$$y = 3 - 7x = 3 - \frac{7}{a + 3} = \frac{3a + 2}{a + 3}.$$

2)-ből

$$z = 1 - x - y = 1 - \frac{1}{a + 3} - \frac{3a + 2}{a + 3} = -\frac{2a}{a + 3}.$$

Feltételeztük, hogy a sem 1, sem 2, sem 3.

Ha $a = 1$, akkor az 1) és 2) egyenletek megegyeznek.

Ha $a = 2$, „ „ 1) és 3) „ „ .

Mindkét esetben a három ismeretlen kiszámítására két egyenletünk lesz:

$$x + y + z = 1 \quad \text{és} \quad 8x + 2y + z = 4.$$

Innen $y = 3 - 7x$, $z = 6x - 2$, azaz határozatlan esettel állunk szemben. (Végtelen sok megoldás!)

Ha $a = -3$ akkor a 6) egyenlet ellenmondást tartalmaz; nincs olyan véges értékrendszer, mely mind a három egyenletet kielégítené. (x, y, z – amint kifejezésük mutatja – végtelenné válnak!)

Róka Ede (Ref. g. V. o. Bp.)