

Egyenlőtlenségünk írható a következő alakban:

$$\frac{x^3 - 1}{x^3 + 1} - \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} > 0 \quad \text{vagy} \quad \frac{(x^3 - 1)(x^2 + 1) - (x^2 - 1)(x^3 + 1)}{(x^2 + 1)(x^3 + 1)} > 0.$$

A baloldali tört számlálóját, a kijelölt szorzások végrehajtása és összevonás után: $2x^3 - 2x^2 = 2x^2(x - 1)$. Keletkezik tehát

$$\frac{2x^2(x - 1)}{(x^2 + 1)(x^3 + 1)} > 0.$$

x^2 és $x^2 + 1$ mindig pozitívek. Az egyenlőtlenség ki lesz elégítve, ha $x - 1$ és $x^3 + 1$ megegyező előjelűek.

Ha $x > 1$, akkor $x - 1 > 0$ és $x^3 + 1 > 0$.

Ha $x < -1$, akkor $x - 1 < 0$ és $x^3 + 1 < 0$.

Ha azonban $-1 < x < 1$, akkor $x - 1 < 0$, de $x^3 + 1 > 0$.

Eszerint az egyenlőtlenség akkor van kielégítve, ha

$$x < -1 \quad \text{vagy} \quad x > 1.$$

Vizi László (Ciszterci Szent István g. V. o. Székesfehérvár)