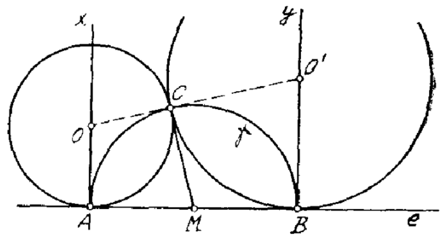
I. Megoldás. A két kör C érintkezési pontjában húzzuk meg közös érintőjüket, mely e-t az M pontban metszi. Minthogy egy pontból húzott kör–érintők darabjai egyenlők, $MC = MA = MB$, tehát M az e egyenes szilárd pontja, mely AB-t felezi; a C pedig oly γ körön fekszik, melynek középpontja M és sugara $\frac{1}{2}AB$. Az O és O' körök az e egyenes mindkét oldalán feküdhetnek, ezért a C mértani helye az egész γ kör.



A γ kör bármely C pontjához, melyre nézve $MC = MA = MB$, szerkeszthetünk olyan kört, mely MA-t az A-ban, MC-t a C-ben érinti, továbbá oly kört, mely MB-t a B-ben és MC-t a C-ben érinti. Eszerint a γ kör minden pontja a mértani helyhez tartozik.

Erőd Márta (Koháry István g. VI. o. Gyöngyös).
Steiner Iván (Toldy Ferenc g. VI. o. Bp. II.)

II. Megoldás. A változó O, ill. O' kör középpontja mindenkor az e-re, A, ill. B pontban állított merőleges egyenesen fekszik. Ebből következik, hogy

$$AOC\sphericalangle + BO'C\sphericalangle = 180^\circ.$$

Az OAC egyenlőszárú háromszögben $OCA = 90^\circ - \frac{1}{2}AOC\sphericalangle$.

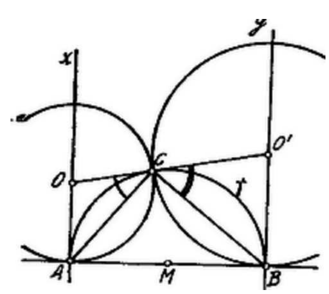
Az OBC egyenlőszárú háromszögben $O'CB = 90^\circ - \frac{1}{2}BO'C\sphericalangle$.

$$OCA\sphericalangle + O'CB = 180^\circ - \frac{1}{2}(AOC\sphericalangle + BO'C\sphericalangle) = 90^\circ.$$

Minthogy az O, C, O' pontok egy egyenesen feküsznek – a köröknek C-ben való érintkezése miatt –,

$$ACB\sphericalangle = 180^\circ - (OCA\sphericalangle + O'CB\sphericalangle) = 90^\circ,$$

tehát a C pont – Thales–tétele szerint – oly γ körön fekszik, melynek átmérője AB.



Ezen kör minden pontja megfelel a követelménynek. Ugyanis, ha ezen kör tetszőleges pontja C, az AC-t és BC-t merőlegesen felező egyenesek metszik az e-re merőleges AX és BY egyeneseket, O, ill. O' pontban. Az OA és $O'B$ sugarú körök nyilván keresztülmennek a C ponton.

$$\text{Msrszt}\quad O'CB\sphericalangle = O'BC\sphericalangle = 90^\circ - ABC\sphericalangle$$
$$OCA\sphericalangle = OAC\sphericalangle = 90^\circ - CAB\sphericalangle.$$

$$\text{Eszerint}\quad OCA\sphericalangle + ACB\sphericalangle + BCO' = 180^\circ - (ABC\sphericalangle + CAB\sphericalangle) + 90^\circ = 180^\circ,$$

azaz az O, C, O' pontok egy egyenesbe esnek és így az O és O' körök C-ben érintik egymást.

Lipsitz Imre (Izr. g. VI. o. Debrecen).

III. Megoldás. Hogy $ACB\triangle$ a C-nél derékszögű, abból is következtethető, hogy C az O és O' körök belső hasonlósági pontja.

Jegyzet. Több megoldás nem volt figyelembe vehető, bizonyítás híjján.

Az OAC egyenlőszárú háromszögben $OCA = 90^\circ - \frac{1}{2}\, AOC\sphericalangle$.

Az OBC " " $O'CB = 90^\circ - \frac{1}{2}\, BO'C\sphericalangle$.