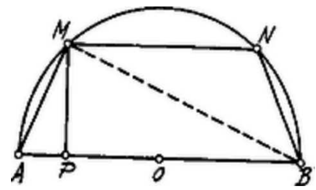
1^0. Ha M vetülete AB-n P, akkor

$$\overline{AM}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AP} = 2R(AO - PO) = 2R\left(R - \frac{x}{2}\right)$$

$$\overline{AM}^2 = \overline{NB}^2 = 2R^2 - Rx$$

$$\text{és így} \quad y = \overline{AM}^2 + \overline{MN}^2 + \overline{NB}^2 = 2(R^2 - Rx) + x^2$$

$$y = x^2 - 2Rx + 4r^2 = (x - R)^2 + 3R^2.$$

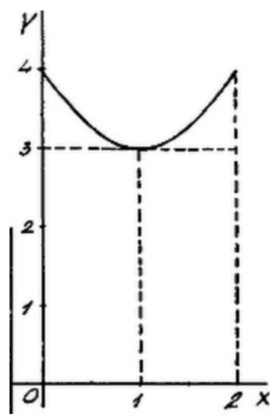


x értéke változhatik 0-tól $2R$-ig.

Ha $x = 0$, a trapézból egyenlőszárú derékszögű háromszög lesz és $y = 4R^2$.

Ha $x = 2R$, a trapéz az AB vonaldarabbá zsugorodik össze; ekkor $y = 4R^2$.

Láthatjuk, hogy y-nak minimuma: $3R^2$ áll elő, ha $x = R$. Ezen esetben $AM = MN = NB = R$; a szimmetrikus trapéz a körbe írt szabályos hatszög fele.



Eszerint y értéke $4R^2$-től csökken $3R^2$-ig, azután növekszik $4R^2$-ig. A változást egy parabola íve tünteti fel, mely keresztül megy a csúcson és szimmetrikus a főtengelyére nézve.

[Ha pl. $R = 1$, $y = (x - 1)^2 + 3 = x^2 - 2x + 4$].

2^0. Ha $y = a^2$, akkor az $(x - R)^2 + 3R^2 = a^2$ egyenletet kell megoldanunk, tehát

$$x = R \pm \sqrt{a^2 - 3R^2}.$$

Valós megoldás akkor van, ha $a^2 \geqq 3R^2$.

Ha $a^2 < 4R^2$, akkor az

$$x^2 - 2Rx + 4R^2 - a^2 = 0$$

egyenlet mindkét gyöke pozitív és $2R$-nél kisebb, mert szorzatuk: $4R^2 - a^2 > 0$ és összegük $2R > 0$.

Ha $a^2 > 4R^2$, akkor a gyökök szorzata negatív: az egyik gyök pozitív a másik negatív; a pozitív gyök $> 2R$ és így egyik gyök sem felel meg.

A függvénygörbe segítségével a megoldás: a megadott y értéknek megfelelőleg az X-tengellyel párhuzamosat húzunk. Ezen párhuzamosnak a görbével való közös pontjai (ill. ezek abscissái) szolgáltatják az egyenlet gyökeit. Ilyen közös pontok csak akkor léteznek, ha

$$3R^2 \leq y = a^2 \leq 4R^2.$$

$y = a^2 = 3R^2$ esetben érintkezés áll elő és így csak egy megoldás van. y többi értékeinél két megoldás van.