

1⁰. A négyszög negyedik oldala, DA oly húr, amely

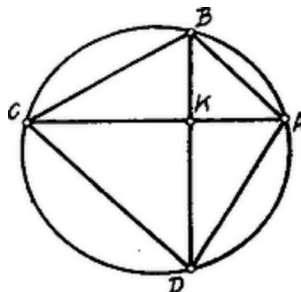
$$360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 120^\circ) = 90^\circ\text{-ú}$$

ívhez tartozik. A négyszög szimmetrikus trapéz, mert $BC = DA$ és $AB \parallel CD$.

Már most AB a szabályos hatszög oldala $= R$.

$BC = AD$ a körbe írt négyzet oldala $= R\sqrt{2}$.

CD a körbe írt szabályos háromszög oldala $= R\sqrt{3}$.



2⁰. Az átlók által bezárt szög mértéke, az általuk kimetszett ívek összegének a fele:

$$\frac{1}{2}(\widehat{AB} + \widehat{CD}) = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ = \frac{1}{2}(\widehat{BC} + \widehat{DA}).$$

A szimmetrikus trapéz átlói egyenlők: $AC = BD$. Metszéspontjuk legyen K . A $CKD \Delta$ egyenlőszárú, mert $\angle CDK \equiv \angle CDB \equiv \frac{1}{2}\widehat{BC} = 45^\circ$.

Ezért

$$DK = CK = \frac{CD}{\sqrt{2}} = R\sqrt{\frac{3}{2}}.$$

Az $AKD \Delta$ olyan derékszögű háromszög, amelyben az

$$\angle ADK = \frac{1}{2}\widehat{AB} = 30^\circ \text{ és így } KA = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}R\sqrt{2}.$$

Hasonlóan látható, hogy $BK = KA$.

3⁰ A négyszög területe

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}CA \cdot BK + \frac{1}{2}CA \cdot DK &= \frac{1}{2}CA(BK + KD) = \frac{1}{2}CA \cdot BD = \frac{1}{2}\overline{CA}^2 \\ &= \frac{1}{2} \left(R\sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}R\sqrt{2} \right)^2 = \frac{R^2}{4}(\sqrt{3} + 1)^2 = R^2 \frac{2 + \sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

Deák András (Érseki g. V. o. Bp. II.).

Jegyzet. $\overline{CA} \cdot \overline{BD} = \overline{CA}^2$ a Ptolemaeus-tétel alapján is számítható.