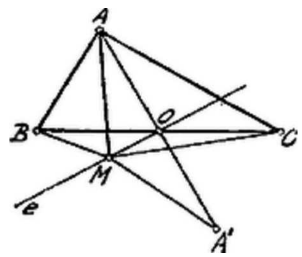
Ismeretes, hogy a derékszögű háromszög átfogójának felezőpontja O, a derékszögű háromszög köré írt kör középpontja, tehát $OA = OB = OC$ és így $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = 2OA^2$. Ez annyit jelent, hogy az O pont a szóbanforgó mértani hely egyik pontja.



Legyen már most M a sík valamely pontja: MO az $MBC\,\Delta$ egyik súlyvonala; ezért

(1) $$\overline{MB}^2 + \overline{MC}^2 = 2\overline{MO}^2 + 2\overline{OB}^2 \ldots$$

Ha pedig A' az A szimmetrikus pontja O-ra nézve, akkor MO az $MAA'\,\Delta$ súlyvonala és így

(2) $$\overline{MA}^2 + \overline{MA}'^2 = 2\overline{MO}^2 + 2\overline{OA}^2 = 2\overline{MO}^2 + 2\overline{OB}^2 \ldots$$

1)-ből és 2)-ből

(3) $$\overline{MB}^2 + \overline{MC}^2 = \overline{MA}^2 + \overline{MA}'^2 \ldots$$

a sík bármely M pontjára nézve. Ha azonban M eleget tesz az

$$\overline{MB}^2 + \overline{MC}^2 = 2\overline{MA}^2$$

feltételnek, akkor nyilván $\overline{MA}^2 = \overline{MA}'^2$, ill. $\overline{MA} = MA'$, azaz az M pont azon egyenes pontja, mely $\overline{AA}'$-t az O pontban merőlegesen felezi.

Megfordítva: a 3) összefüggés a sík minden pontjára érvényes; ha pedig $MA' = MA$, akkor $2\overline{MA}^2 = \overline{MB}^2 + \overline{MC}^2$, tehát az AA'-t merőlegesen felező egyenes valóban mértani helye azon M pontoknak, amelyekre nézve

$$\overline{MB}^2 + \overline{MC}^2 = 2\overline{MA}^2.$$

Jegyzet. A beérkezett megoldások jelentékeny része csak azt bizonyítja, hogy az átfogó O felező pontja eleget tesz a feltételnek. Hogy a mértani hely egyenes, azt a feladat szövege alapján fogadják el.