

1⁰. A 2) egyenletből: $\frac{x+y}{xy} = \frac{1}{b}$, tehát $xy = ab$.

Eszerint x és y az

$$(3) \quad u^2 - au + ab = 0 \dots$$

egyenlet gyökei. Ezek valóságosak akkor, ha

$$a^2 - 4ab = a(a - 4b) \geq 0.$$

Tehát, ha $a > 0$, kell, hogy $b \leq \frac{a}{4}$ legyen.

Ha $a < 0$, akkor pedig kell, hogy $b \geq \frac{a}{4}$ legyen.

(Összefoglalólag úgy fejezhetjük ki, hogy b és 0 az $\frac{a}{4}$ ugyanazon oldalán legyenek.)

Az egyenletrendszert kielégítő értékpárok:

$$x = u_{1,2} = \frac{1}{2} \left[a \pm \sqrt{a(a-4b)} \right], \quad y = u_{2,1} = \frac{1}{2} \left[a \mp \sqrt{a(a-4b)} \right].$$

2⁰. Ha $x = 3y$, akkor egyrészt $x + y = 4y = a$, másrészt $xy = 3y^2 = ab$ ill. $3y^2 - ab = 0$.

Mínt hogy

$$y = \frac{a}{4}, \quad 3 \cdot \frac{a^2}{16} - ab = 0,$$

tehát

$$a(3a - 16b) = 0.$$

Az $a = 0$ esetet kizárhatjuk, mert ekkor $x = y = 0$ és így $3a - 16b = 0$ a keresett összefüggés a és b között. Valóban, ha

$$b = \frac{3a}{16}, \quad \text{akkor} \quad a - 4b = a - \frac{3}{4}a = \frac{a}{4}$$

és így

$$x = \frac{1}{2} \left[a + \sqrt{\frac{a^2}{4}} \right] = \frac{3a}{4}, \quad y = \frac{1}{2} \left[a - \sqrt{\frac{a^2}{4}} \right] = \frac{a}{4}.$$

Joó Endre (Bencés g. VI. o. Kőszeg.)