

I. Megoldás. Jelentse d a keresett A és B számok legn. k. osztóját és m a legkisebb k. többszörösét, tehát

$$A = da \text{ és } B = db, \text{ ahol } a \text{ és } b \text{ relatív prímszámok és így } m = abd.$$

Adataink szerint: $A + B = (a + b)d = 581$ és $\frac{m}{d} = ab = 240$.

Már most $581 = 7 \cdot 83$, úgy hogy lehetséges

$$a + b = 7, \quad a + b = 83, \quad a + b = 581.$$

Az $a + b = 7$ eset kizárható, mert $ab = 240$. (Ugyanis, ha $a + b = 7$, akkor az ab szorzat értéke legfeljebb $\left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$ lehet.)

Eszerint két esetet kell megvizsgálnunk.

I. $a + b = 83$ és $ab = 240$. Ekkor a és b az $u^2 - 83u + 240 = 0$ egyenlet gyökei. Ezek pedig: 80 és 3, valóban egész számok. Ebben az esetben:

$$d = \frac{581}{83} = 7 \quad \text{és} \quad A = 7 \cdot 80 = 560, \quad B = 7 \cdot 3 = 21.$$

II. $a + b = 581$ és $ab = 240$. Most a és b a $v^2 - 581v + 240 = 0$ egyenlet gyökei. Ezek azonban nem egész számok. Feladatunknak eszerint csak egy megoldása van:

$$A = 560, \quad B = 21.$$

Margulit György (Bolyai r. VI. o. Bp. V.)

II. Megoldás. Kiindulhattunk volna abból is, hogy $ab = 240$, azaz 240-et oly két tényezőre kell bontanunk, amelyek relatív prímek. Minthogy $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$, a felbontás relatív prímtenyezőkre:

$$1 \text{ és } 240., \quad 2^4 = 16 \text{ és } 15, \quad 3 \text{ és } 80, \quad 5 \text{ és } 48.$$

Eszerint

$$a + b \text{ értéke: } 240, \quad 31, \quad 83, \quad 53.$$

Azonban $a + b$ osztója 581-nek; a négy érték közül csak 83 osztója 581-nek, úgy hogy

$$d = \frac{581}{83} = 7 \text{ és így a keresett számok: } 7 \cdot 3, \text{ ill. } 7 \cdot 80.$$

Matolcsy Kálmán (Faludi Ferenc g. V. o. Szombathely.)