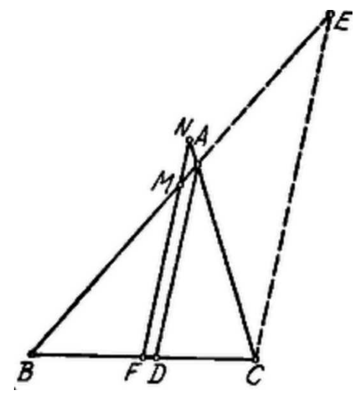
I. Megoldás.



Az $AMN\Delta$ MN oldalán fekvő szögek egyenlők. Ugyanis $MN \parallel AD$ és ezért

$AMN\sphericalangle = MAD\sphericalangle$ (mint váltószögek)

és $ANM\sphericalangle = DAC\sphericalangle$ (mint megfelelő szögek).

Azonban $MAD\sphericalangle = DAC\sphericalangle = \frac{1}{2}BAC\sphericalangle$ és így $AMN\sphericalangle = ANM\sphericalangle$. Ezért $AN = AM$.

Az AD és NM párhuzamos szelők által létesített szeletekre nézve:

$$NA : NC = FD : FC \quad \text{és} \quad AM : MB = DF : FB.$$

A két aránypár 3–3 megfelelő helyen álló tagja megegyezik és így

$$NC = MB, \quad \text{ill.} \quad CN = BM.$$

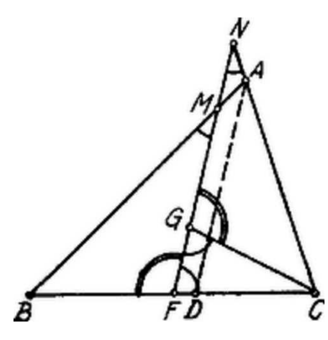
Grósz László (Áll. Balassi Bálint rg. VI. o. Balassagyarmat).

Jegyzet. Legyen $AB = c$, $AC = b$. Hosszabbítsuk meg az AB oldalt $AE = AC$-vel. Ekkor $BE = b + c$. Ismeretes továbbá, hogy $CE \parallel AD$ és így $FM \parallel CE$. Minthogy F felezi BC-t, M felezi BE-t, tehát

$$BM = \frac{b+c}{2}, \quad AM = c - \frac{b+c}{2} = \frac{c-b}{2} = AN, \quad CN = b + \frac{c-b}{2} = \frac{b+c}{2}.$$

Eszerint $BM = CN = \dfrac{b+c}{2}$.

II. Megoldás.



A C csúcsból CF sugárral szerkesztett kör az FM egyenest a G pontban metszi. Minthogy $CG = CF$, a $CFG\Delta$-ben az FG oldalon fekvő szögek egyenlők és ezért $CGN\sphericalangle = MFB\sphericalangle$. Láttuk továbbá, hogy $FMB\sphericalangle = CNG\sphericalangle$. Így a $CGN \cong BFM\Delta$; ugyanis egy oldal ($CG = FB$) és rajta fekvő két szög egyenlő. Ebből következik: $CN = BM$. (Egyenlő szögekkel szembenfekvő oldalak!)

Monath Ferenc (Br. Kemény Zsigmond g. V. o. Bp.)