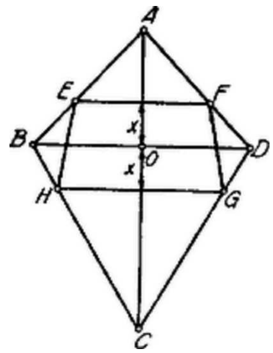
Legyen $EF \parallel HG \parallel BD$ és $OA = m_1$, $OC = m_2$. Az $EFGH$ idom szimmetrikus trapéz (az AC tengelyre nézve). Ha a rövidség kedvéért $EF = u, HG = v$, akkor tekintettel arra, hogy a trapéz magassága $2x$, a trapéz területe

$$y = \frac{u+v}{2} \cdot 2x = ux + vx.$$



$$ABD\Delta \sim AEF\Delta; \quad \text{ezért} \quad BD : EF = OA : I_1A,$$

vagyis

$$d : u = m_1 : (m_1 - x), \quad \text{tehát} \quad u = d - \frac{d}{m_1}x.$$

$$BCD\Delta \sim HGC\Delta; \quad \text{ezért} \quad BD : HG = OC : I_2A,$$

vagyis

$$d : v = m_2 : (m_2 - x),$$

és így

$$v = d - \frac{d}{m_2}x.$$

Ezek alapján

$$y = 2dx - \frac{d(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}x^2.$$

Vizsgálnunk kell e függvényt, ha $0 \leq x \leq m_1$. (Ugyanis $m_1 < m_2$). Ha $x = 0, y = 0$; ekkor a trapéz a BD vonaldarabbá zsugorodik össze. Ha $x = m_1$, akkor

$$y = 2dm_1 - \frac{d(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}m_1^2 =$$

$$= \frac{1}{m_2}(2dm_1m_2 - dm_1^2 - dm_1m_2) = \frac{dm_1(m_2 - m_1)}{m_2}.$$

Ebben az esetben a trapéz $AGH\Delta$-be megy át, melynek alapja: $\dfrac{d(m_2 - m_1)}{m_2}$ és magassága $2x = 2m_1$.

A függvénynek maximuma van, ha

$$x = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} < m_1 \quad \text{és ekkor} \quad y_{\max} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}d.$$

Az adott numerikus értékekkel:

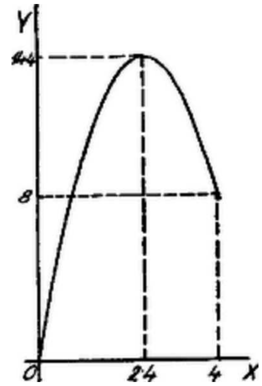
$$m_1^2 = \overline{OA}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{OB}^2 = 5^2 - 3^2 = 4^2; \quad m_1 = 4,$$
$$m_2^2 = \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{OB}^2 = 45 - 9 = 6^2; \quad m_2 = 6.$$

Így

$$y = -2{,}5x^2 + 12.$$

E függvény ábrázolására szolgáló néhány érték:

x	0	1	2	2,4	2,8	3	3,5	4
y	0	9,5	14	14,4 max	14	13,5	11,1	8


Y
8
0
2.4
4
X