A 1^0. A keresett egyenlet legyen: $x^2+px+q=0$, ahol tehát

$$x_1+x_2=-p \quad \text{és} \quad x_1x_2=q.$$

Ennek tekintetbevételével 1)-ből és 2)-ből

$$-p+2q=2m+k\ldots \tag{1a}$$
$$p+q+1=m+1-k\ldots \tag{2a}$$

Innen:

$$3q=3m, \quad \text{azaz} \quad q=m \quad \text{és így} \quad p=-k.$$

A keresett egyenlet:

$$x^2-kx+m=0\ldots \tag{3}$$

Ezen egyenlet gyökei valósak, ha $k^2\geq 4m$.

2^0. Ha $x_1-x_2=1$, akkor, mivel $x_1+x_2=k$,

$$x_1=\frac{1+k}{2} \quad \text{és} \quad x_2=\frac{k-1}{2}, \quad x_1x_2=\frac{k^2-1}{4}.$$

Azonban $x_1x_2=q=m$, tehát $k^2-1=4m$, $k^2>4m$.

3^0. Az előbbi szerint $k^2=4m+1$. Ha ezenkívül még $k-m=1$, azaz $k=m+1$, akkor

$$(m+1)^2=4m+1 \quad \text{és így} \quad m^2-2m=m(m-2)=0.$$

Eszerint

$$m_1=0 \quad \text{és} \quad k_1=1, \quad \text{ill.} \quad m_2=2 \quad \text{és} \quad k_2=3.$$

$k_1=1$ esetében

$$x_1=1 \quad \text{és} \quad x_2=0.$$

$k_2=3$ esetében

$$x_1=2 \quad \text{és} \quad x_2=1.$$

Varga Zoltán (Bencés g. VI. o. Kőszeg.)