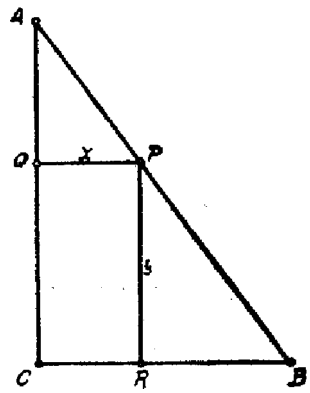
I. Megoldás. A P pontot meghatározzuk azáltal, hogy kiszámítjuk az AC befogótól való $PQ=x$, a BC befogótól való $PR=y$ távolságát.

Az APQ Δ területe $\frac{1}{2}x(b-y)$; a PRB Δ-é $\frac{1}{2}y(a-x)$.



A feladat követelménye:

$$x(b-y):y(a-x)=b^2:a^2\ldots \tag{1}$$

Minthogy $APQ\ \Delta \sim PRB\ \Delta$, $\quad x:(b-y)=(a-x):y\ldots$ 2)

(1)-ből:

$$\frac{a-x}{b-y}=\frac{a^2}{b^2y};\ldots \tag{1a}$$

(2)-ből:

$$(a-x)(b-y)=xy\ldots \tag{2a}$$

(1a) és (2a) megfelelő tagjait szorozva:

$$(a-x)^2=\frac{a^2x^2}{b^2}\ldots \tag{3}$$

Minthogy $a>x$, csak $a-x=\frac{ax}{b}$

lehetséges és innen $\quad x=\frac{ab}{a+b}$.

(1a) és (2a) megfelelő tagjainak osztásával:

$$(b-y)^2=\frac{b^2y^2}{a^2}$$

és innen, mivel $b-y>0$,

$$b-y=\frac{by}{a},\quad \text{azaz}\quad y=\frac{ab}{a+b}.$$

Minthogy $x=y$, a P pont a derékszöget felező egyenes talppontja az átfogón!

Andreánszky Piroska (Balassi Bálint rg. VI. o. Balassagyarmat).

II. Megoldás. A BPR Δ területe legyen t_1 a PAQ Δ-é t_2.
Minthogy $BPR\ \Delta \sim PAQ_{\ \Delta}$, érvényes: $t_1:t_2=BP^2:AP^2$.
A feladat követelménye pedig: $\quad t_1:t_2=a^2:b^2$.

E két aránypárból: $\quad BP:AP=a:b$.

Ez annyit jelent, hogy P a derékszöget felező talppontja az átfogón. (Ugyanis a szögfelező a szembenfekvő oldalt olyan két részre osztja, amelyek aránya a részekkel szomszédos oldalak arányával egyezik meg.)

Vértessy Lajos (Kemény Zsigmond r. VI. o. Bp. VI.)