

1<sup>0</sup>. A kijelölt szorzást elvégezve, összevonás után

$$(x^3 + x^2 - 1)(x^2 + x + 1) = x^5 + x - 1.$$

Ha  $x$  előjelét megváltoztatjuk, akkor

$$(-x^3 + x^2 - 1)(x^2 + x - 1) = -x^5 - x - 1$$

tehát

$$x^5 + x + 1 = (x^3 - x^2 + 1)(x^2 + x + 1)$$

2<sup>0</sup>. Ha  $x$  egész szám,  $x^5 + x$  is egész és  $x(x^4 + 1)$  szorzat alakjában írható. (Ha  $x = 1$ ,  $x^5 + x = 2$  törzsszám).

$x^5 + x + 1$  nem törzsszám, mert két egész szám, t. i.  $x^3 = x^2 + 1$  és  $x^2 + x + 1$  tényezők szorzata. Hasonlóan  $x^5 + x - 1$  is két egész szám, t. i.  $x^3 + x^2 - 1$  és  $x^2 - x + 1$  szorzata. Ha azonban  $x = 1$ , akkor  $x^5 + x - 1 = 1$ ; ez nem tekinthető sem törzsszámnak, sem összetett számnak, és  $x^5 + x + 1 = 3$ . Tehát, ha  $x = 1$ , akkor  $x^5 + x + 1$  törzsszám.

3<sup>0</sup>. Az adott egész szám

$$10\,000\,000\,099 = (10^2)^5 + 10^2 - 1$$

alakban írva megfelel  $x^5 + x^2 - 1$  többtagúnak, ha  $x = 10^2 = 100$ . Tényezőire bontva lesz:

$$(100^3 + 100^2 - 1)(100^2 - 100 + 1) = (1\,009\,999) \cdot 9901.$$

*Fonó Péter* (Verbőczy István rg. VI. o. Bp. I.)