$$AB\left(x^2-y^2\right)-\left(A^2-B^2\right)xy=C\ldots \tag{1}$$

oly kúpszelet egyenlete, melynek *középpontja az origó*.

Hogy a kúpszeletnek van e végtelenben fekvő pontja, az (1) bal oldalának, t i.

$$ABx^2-\left(A^2-B^2\right)xy-ABy^2$$

discriminánsa dönti el. Ezen discrimináns

$$\delta=\left(A^2-B^2\right)^2+4A^2B^2=\left(A^2+B^2\right)^2>0,$$

tehát a végtelenben két különböző irányhoz tartozó pontja van. Ezen irányokat az

$$ABx^2-\left(A^2-B^2\right)xy-ABy^2=0\ldots \tag{2}$$

egyenespár egyenesei határozzák meg. (2)-t x szerint megoldva:

$$x=\frac{\left(A^2-B^2\right)y\pm\left(A^2+B^2\right)y}{2AB}=\begin{cases}\dfrac{A}{B}y\\ -\dfrac{B}{A}y\end{cases} \tag{3}$$

azaz a (2) bal oldala $(Bx-Ay)(Ax+By)$ alakban írható. Az aszimptoták iránya eszerint megegyezik a

$$Bx-Ay=0,\qquad Ax+By=0\ldots \tag{4}$$

egyenesek irányával. Ezen egyenesek az origón, azaz a hiperbola középpontján mennek keresztül és így ezek az aszimptoták.

A (4) alatti két egyenes merőleges egymásra, tehát egyenlőszárú hiperbolával van dolgunk.

Ha $C=0$, akkor a hiperbola a (4) alatti egyenesekből álló egyenespárrá fajul.

Ha $A=0$ de $B\neq 0$ és $C\neq 0$, vagy ha $B=0$ de $A\neq 0$ és $C\neq 0$, akkor a hiperbola aszimptotái a koordinátatengelyek.

Bizám György (Bolyai g. VII. o. Bp. V.).

Jegyzet. $x'=Bx-Ay$, $y'=Ax+By$ nem szolgálhatnak transzformáció alapjául, mert nincs kikötve, hogy $A^2+B^2=1$ legyen.