Tegyük fel, hogy α és $2a$ egyazon első osztályban volnának. Ez csak úgy lehetséges, ha pl.

$$2^{2s'}\left(1+2^{\nu_1'}+\cdots+2^{\nu_{2k}'}\right)=2\cdot 2^{2s''}\left(1+2^{\nu_1''}+\cdots+2^{\nu_{2i}''}\right)\ldots \tag{1}$$

vagy

$$2^{2s}\left(1+2^{\nu_1}+\cdots+2^{\nu_{2k}}\right)=2\cdot 2^{2k+1}\left(1+2^{\mu_1}+\cdots+2^{\mu_{2r+1}}\right)\ldots \tag{2}$$

vagy

$$2^{2l+1}\left(1+2^{\mu_1}+\cdots+2^{\mu_{2r+1}}\right)=2\cdot 2^{2s}\left(1+2^{\nu_1}+\cdots+2^{\nu_{2k}}\right)\ldots \tag{3}$$

vagy

$$2^{2l'+1}\left(1+2^{\mu_1'}+\cdots+2^{\mu_{2r+1}'}\right)=2\cdot 2^{2l''+1}\left(1+2^{\mu_1''}+\cdots+2^{\mu_{2l+1}''}\right)\ldots \tag{4}$$

Az 1) és 4) nem állhat meg, mert ezen egyenlőségek egyik oldala 2-nek páros, a másik 2-nek páratlan kitevőjű hatványával osztható.

A 2) csak úgy teljesülhet, ha $2^{2s}=2^{2k+2}$. Ekkor azonban

$$1+2^{\nu_1}+\cdots+2^{\nu_{2k}}=1+2^{\mu_1}+\cdots+2^{\mu_{2r+1}}\ldots \tag{2a}$$

egyenlethez jutunk; ez nem állhat meg, mert minden szám a kettes számrendszerben csak egyféleképpen írható fel. Márpedig a $2a$*)* baloldala oly szám, mely a kettes számrendszerben páratlan számú, – zérustól különböző – jeggyel bír, míg a jobboldali szám jegyeinek száma páros.

Ugyanilyen megoldással igazoljuk, hogy a 3) is lehetetlenséget tartalmaz.

A második osztályba tartozó számok

$$2^{2n+1}(1+2^{\lambda_1}+2^{\lambda_2}+\cdots+2^{\lambda_{2\mu}})\text{ vagy }2^{2m}(1+2^{j_1}+2^{j_2}+\cdots+2^{j_{2v+1}})$$

alakúak: Ezekre nézve hasonlóan bizonyítható tételünk.

Sándor Gyula (Kölcsey Ferenc g. VIII. o. Bp. VI.)