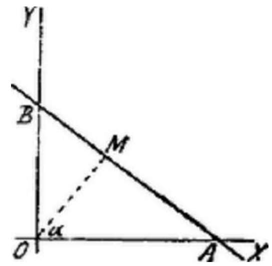

I. Megoldás. Legyen

$$\frac{1}{\overline{OA}^2}+\frac{1}{\overline{OB}^2}=\frac{1}{k^2},\quad \text{tehát}\quad \frac{\overline{OB}^2+\overline{OA}^2}{\overline{OA}^2\cdot\overline{OB}^2}=\frac{1}{k^2}.$$

Azonban

$$\overline{OB}^2+\overline{OA}^2=\overline{AB}^2\quad \text{és}\quad \overline{OA}\cdot\overline{OB}=\overline{AB}\cdot OM,$$

ha M az O vetülete az AB-n. Eszerint

$$\frac{\overline{AB}^2}{\overline{AB}^2\cdot\overline{OM}^2}=\frac{1}{k^2}\quad \text{és innen}\quad OM=k.$$

Az M pont mértani helye kör, melynek középpontja O és sugara k.

Pál Sándor (Bolyai g. V. o. Bp.)

II. Megoldás. Legyen $OA=a$, $OB=b$; az M pont koordinátái $(x,\ y)$.
Az M pont az egyenesen van és ezért

(1) $$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1\dots$$

Az $OM\perp AB$ és ezért $\dfrac{y}{x}=\dfrac{a}{b}$, ill.

(2) $$ax-by=0\dots$$

Feltételünk szerint pedig

(3) $$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{k^2}\dots$$

Ezen három egyenletből ki kell küszöbölnünk a- és b-t.
1)-ből és 2)-ből

$$a=\frac{x^2+y^2}{x},\quad b=\frac{x^2+y^2}{y}.$$

Helyettesítve ezeket 3)-ba:

$$\frac{x^2+y^2}{(x^2+y^2)^4}=\frac{1}{k^2}\quad \text{és így}\quad x^2+y^2=k^2$$

az M pont koordinátái között fennálló összefüggés; eszerint az M pont mértani helye kör, melynek középpontja O és sugara k.

Deák András (Érseki g. VII. o. Bp. II.)

III. Megoldás. Jelentse $p=OM$ az AB egyenes távolságát a koordinátarendszer O pontjától és α azon szöget, melyet p az X-tengellyel bezár. Az AB egyenes egyenletének normális alakja:

$$x\cos\alpha+y\sin\alpha=p\quad \text{vagy}\quad \frac{x}{\dfrac{p}{\cos\alpha}}=\frac{y}{\dfrac{p}{\sin\alpha}}=1.$$

Eszerint $OA=\dfrac{p}{\cos\alpha}$, $OB=\dfrac{p}{\sin\alpha}$ és így a fenti 3) egyenlet alapján:

$$\frac{\cos^2\alpha}{p^2}+\frac{\sin^2\alpha}{p^2}=\frac{1}{p^2}=\frac{1}{k^2},\quad \text{azaz}\quad p=OM=k.$$

Az AB egyenes vagy a kezdőpontnak azon való vetülete állandó távolságban van a kezdőponttól. Eszerint a vetület mértani helye kör, melynek középpontja O, sugara k.

Bizám György (Bolyai g. VIII. o. Bp. V.)
Sándor Gyula (Kölcsey Ferenc g. VIII. o. Bp. VI.)