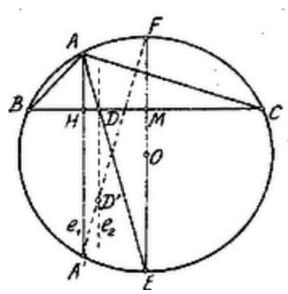
Tegyük fel, hogy az $ABC\triangle$ az adatoknak megfelel úgy, hogy az A csúcsból kiinduló magasság talppontja a BC oldalon H, a szögfelezőé D, az oldalfelezőé M. Feltehetjük továbbá, hogy $AB < AC$ és ezen esetben a pontok sorrendje: B, H, D, M, C. Szerkesszük meg továbbá az $ABC\triangle$ köré írt kört; ennek az M ponton átmenő átmérője – ábránk szerint – EF és így $EF \perp BC$. Az E pont felezi a $\widehat{BAC}$ kerületi szöghöz tartozó a $\widehat{BEC}$ ívet és ezért az AD szögfelező keresztülmegy az E ponton. Ismeretes a HM és a DM távolság.



Ezek alapján a szerkesztés így végezhető: az adott R sugarú körben megrajzoljuk az egyik átmérőt, EF-et. Ezzel két párhuzamost húzunk e_1 és e_2-t. Az e_1-t HM, az e_2-t DM távolságban (az EF ugyanazon oldalán). Az előbbi a kört az A, A' pontokban metszi. Az A pontot – mint a keresett háromszög egyik csúcsát összekötjük E-vel; AE az e_2-t a D pontban metszi. A D ponton át EF-re merőlegesen állított húr lesz a háromszög BC oldala.

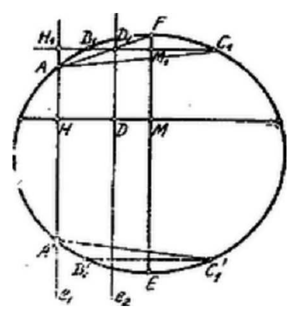
Ha A'-t összekötjük az F ponttal, $A'F$ az e_2-t D' pontban metszi. Ezzel oly háromszöget kapunk, mely ABC-vel szimmetrikus (és egybevágó); a szimmetria tengelye az EF-re merőleges átmérő.

A szerkesztés elvégezhető, ha

$$DM < HM < R.$$

Rajó Sándor (Ref. g. VIII. o. Debrecen.)

Jegyzet. 1°. Ha a H, D, M pontok közül kettő összeesik, akkor a harmadik is abba a pontba esik; az $ABC\triangle$ ekkor egyenlőszárú. A feladat ekkor határozatlanná válik.



2°. Ha megengedjük, hogy a BC oldalon a pontok sorrendje: H, B, D, M, C legyen ($AB < AC$), akkor a B csúcsnál tompaszög keletkezik. Ilyen háromszöget kapunk, ha az A csúcsot, a kör és e_1 metszőpontját összekötjük az F ponttal; AF az e_2-t D_1 pontban metszi. A D_1 ponton átmenő és EF-re merőleges húr, B_1C_1 oly $AB_1C_1\triangle$ oldala lesz, melyben B_1-nél tompaszög fekszik. AD_1 felezi a $B_1AC_1\sphericalangle$-et; EF felezi a B_1C_1 oldalt és B_1C_1 az e_1-t H_1 pontban metszi. Ezen H_1 az A csúcsból vont magasság talppontja. Eszerint a $B_1AC_1\triangle$ és ennek szimmetrikusa, $A'B_1'C_1'\triangle$ megfelel a követelményeknek.

Szittyai Dezső (Wágner g. VI. o. Rákospalota)