I. Megoldás. Feltételünk szerint

$$\sin\gamma=\cos\alpha+\cos\beta \quad \text{vagyis} \quad 2\sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\gamma}{2}=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\ldots \tag{1}$$

Azonban $\quad \dfrac{\gamma}{2}=90^\circ-\dfrac{\alpha+\beta}{2}, \quad$ tehát $\quad \cos\dfrac{\alpha+\beta}{2}=\sin\dfrac{\gamma}{2}.$

Erre való tekintettel (1)-ből: $\cos\dfrac{\gamma}{2}=\cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$,

és így $\quad \gamma=\pm(\alpha-\beta)$,

tehát vagy $\quad \alpha=\beta+\gamma=90^\circ$,

vagy $\quad \beta=\alpha+\gamma=90^\circ$.

Szabó Béla (Hunyadi Mátyás honvéd reálisk. VIII. o. Kőszeg).

II. Megoldás. Feltételi egyenletünkből

$$\sin^2\gamma=\cos^2\alpha+\cos^2\beta+2\cos\alpha\cos\beta\ldots \tag{1}$$

$$\begin{aligned}\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma&=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)+(\sin^2\beta+\cos^2\beta)+2\cos\alpha\cos\beta=\\&=2+2\cos\alpha\cos\beta\ldots\end{aligned} \tag{2}$$

Bármely háromszög szögeire nézve érvényes[1]

$$\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma=2+2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma\ldots \tag{3}$$

2) és 3) egybevetéséből

$$\cos\alpha\cos\beta(1-\cos\gamma)=0\ldots \tag{4}$$

Ezen egyenlet csak úgy állhat meg, ha

vagy $\quad \cos\alpha=0, \quad$ vagy $\quad \cos\beta=0, \quad$ vagy $\quad 1-\cos\gamma=0$

azaz vagy $\quad \alpha=90^\circ \quad$ vagy $\quad \beta=90^\circ, \quad$ vagy $\quad \gamma=0.$

A harmadik esetben nincs háromszög. (Ekkor $\cos\alpha=-\cos\beta$ azt jelenti, hogy β és γ kiegészítő szögek, azaz a háromszöget alkotó három egyenes közül kettő párhuzamos.)

Hajnal Miklós (Izr. g. VIII. o. Bp.)

Jegyzet. Néhány itt fel nem sorolt megoldás azt bizonyítja, hogy $\sin\gamma-\cos\alpha=\cos\beta$, ha a háromszög derékszögű.

[1] L. XI. évf. 197. o. 1084. feladatot.