

Feltételi egyenletünkéből következik:

$$\cotg \alpha : \cotg \beta : \cotg \gamma = \frac{1}{p} : \frac{1}{q} : \frac{1}{r},$$

ill.

$$\begin{aligned} &(\cotg \alpha + \cotg \beta) : (\cotg \beta + \cotg \gamma) : (\cotg \gamma + \cotg \alpha) = \\ &= \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right) : \left(\frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right) : \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{p}\right). \end{aligned}$$

Azonban

$$\cotg \alpha + \cotg \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin \beta} = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha \sin \beta} = \frac{\sin^2 \gamma}{\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma}.$$

Hasonlóan:

$$\cotg \beta + \cotg \gamma = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma}, \quad \cotg \gamma + \cotg \alpha = \frac{\sin^2 \beta}{\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma}.$$

Eszerint:

$$\sin^2 \gamma : \sin^2 \alpha : \sin^2 \beta = \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right) : \left(\frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right) : \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{p}\right),$$

ill.

$$a^2 : b^2 : c^2 = \left(\frac{1}{q} + \frac{1}{r}\right) : \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{p}\right) : \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right).$$

Hoffmann Tibor (Szent István g. VII. o. Bp.)

Jegyzet: Ha t a háromszög területe,

$$a^2 = 2t \frac{\sin \alpha}{\sin \beta \sin \gamma} = 2t \frac{\sin(\beta + \gamma)}{\sin \beta \sin \gamma} = 2t(\cotg \beta + \cotg \gamma).$$

b_2 és c_2 analog kifejezéseit felhasználva, a kívánt összefüggéshez jutunk.