1^0. Legyen

$$|a-x|=m^2, \quad |b-x|=p^2, \quad |c-x|=r^2,$$

ahol m, p, r pozitív számok.

α) Ha $x<a<b<c$, akkora $a-x,\ b-x,\ c-x$ egyidejűleg pozitív számok, tehát

$$a-x=m^2, \qquad b-x=p^2, \qquad c-x=r^2 \quad \text{és} \quad m<p<r.$$

Továbbá $\qquad a-b=m^2-p^2, \quad b-c=p^2-r^2, \quad c-a=r^2-m^2.$

A megadott kifejezést jelölje y.

$$y=\frac{m^2-p^2}{r}+\frac{p^2-r^2}{m}+\frac{r^2-m^2}{p}=$$
$$=\frac{1}{mpr}\left[mp(m^2-p^2)+pr(p^2-r^2)+rm(r^2-m^2)\right].$$

y előjele megegyezik a szögletes zárjelbe foglalt számláló előjelével. Ez eltűnik, ha $m=p$, ha $p=r$, ha $m=r$; ezért osztható az $(m-p)$, $(p-r)$, $(m-r)$ tényezőkkel, úgy, hogy

$$y=\frac{1}{mpr}(m-p)(p-r)(m-r)(m+p+r).$$

Minthogy a jobboldalon álló három első tényező negatív, y is az.

β) Ha $a<b<c<x$, akkor

$$a-x=-m^2, \quad b-x=-p^2, \quad c-x=-r^2 \quad \text{és} \quad r<p<m.$$

Most

$$y=-\frac{m^2-p^2}{r}-\frac{p^2-r^2}{m}-\frac{r^2-m^2}{p}.$$

Az előbbihez hasonló tényezőkre bontással

$$y=-\frac{1}{mpr}(m-p)(p-r)(m-r)(m+p+r)$$

Minthogy a jobboldal minden tényezője pozitív, y most is negatív.

2^0. α) Ha $x>a>b>c$, akkor

$$a-x=-m^2, \quad b-x=-p^2, \quad c-x=-r^2, \quad \text{ahol} \quad m<p<r.$$

Keletkezik:

$$y=-\frac{m^2-p^2}{r}-\frac{p^2-r^2}{m}-\frac{r^2-m^2}{p}=$$
$$=-\frac{1}{mpr}(m-p)(p-r)(m-r)(m+p+r).$$

A jobboldali első három tényező mindegyike negatív, tehát $y>0$.

β) $a>b>c>x$ mellett

$$a-x=m^2, \quad b-x=p^2, \quad c-x=r^2, \quad \text{ahol} \quad r<p<m.$$

Most

$$y=\frac{1}{mpr}(m-p)(p-r)(m-r)(m+p+r).$$

A jobboldal minden tényezője pozitív, tehát $y>0$.

β) Ezen feladatra nem érkezett elfogadható megoldás.