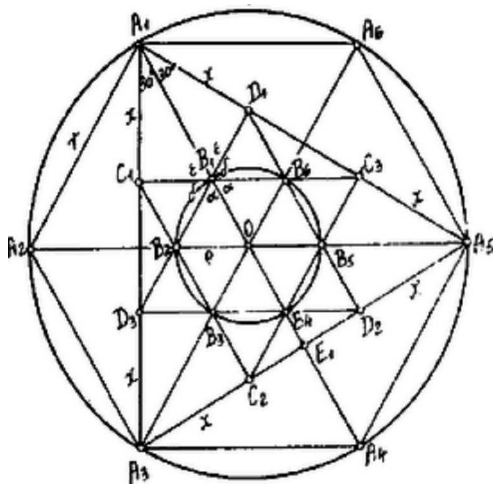
Az $A_1A_3A_5\triangle$ oldalaira, csúcspontjaiból kiindulva a pozitív forgás irányában felmért x távolságok végpontjai C_1, C_2, C_3, a negatív forgás irányában analóg pontok D_1, D_2, D_3. A $C_1C_2C_3$ és $D_1D_2D_3$ szabályos háromszögek oldalainak metszéspontjai a B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6.

C_1 és D_1, C_3 és D_3 szimmetrikus pontpárok az $A_1A_2A_3\triangle$-nek A_1A_4 magassági vonalára (szimmetriatengelyére) nézve. Kell tehát, hogy C_1C_3, és D_1D_3 metszéspontja, B_1, az A_1A_4 tengelyen feküdjék. Hasonlóan B_3-nak az A_3A_6, B_5-nek az A_5A_2 tengelyen kell feküdnie, mégpedig úgy, hogy $OB_1=OB_3=OB_5$ legyen, ahol O az $A_1\dots A_6$ szabályos hatszög, ill. az e köré írt kör középpontja. ($OA_i=r$). Egyszersmind

$$B_1B_3=B_3B_5=B_5B_1.$$



Ha pedig a $B_1\dots B_6$ sokszög szabályos, akkora a B_2, B_4, B_6 pontoknak is az O körül $OB_1=OB_3=OB_5=\varrho$ sugárral leírt körön kell feküdniök. Ekkor tehát a $B_1B_2\dots B_6$ hatszög oldala $=\varrho$. Továbbá $\alpha=OB_1B_2\sphericalangle=OB_1B_6\sphericalangle=60^\circ$; ezeknek csúcsszöge: $\varepsilon=A_1B_1C_1\sphericalangle=A_1B_1D_1\sphericalangle=60^\circ$. Ebből következik, hogy az $A_1B_1C_1$, $A_1B_1D_1$ háromszögek derékszögűek és hogy

$$\delta=C_1B_1B_2\sphericalangle=D_1B_1B_6\sphericalangle=60^\circ \text{ s. í. t.}$$

Eszerint a $C_1B_1B_2$, $D_1B_1B_6$ stb. analog háromszögek is egyenlőoldalúak; oldaluk megegyezik a $B_1\dots B_6$ szabályos hatszög oldalával, t. i. ϱ-val: $B_1C_1=B_1D_1=\dots=\varrho=B_1B_2=\dots$

Az előbbiekből következik azonban, hogy az $A_1D_1D_3$ derékszögű háromszög átfogója A_1D_3 a kisebbik befogónak, x-nek kétszerese, azaz $A_1D_3=2x$ és $A_1A_3=3x$, tehát $x=\dfrac{A_1A_3}{3}=\dfrac{r\sqrt3}{3}$.

2°. 3°. Továbbá: $A_1B_1=B_1D_3=2\varrho$; így $A_1O=r=3\varrho$, azaz $\varrho=\dfrac{r}{3}$ tehát

$$\varrho:r=1:3.$$

Az $A_1A_2\dots A_6$ sokszög területe: $T_6=6\cdot\dfrac{r^2\sqrt3}{4}=\dfrac{\sqrt3r^23}{2}$.

A $B_1B_2\dots B_6$,, ,, $t_6=6\dfrac{\varrho^2\sqrt3}{4}=6\cdot\dfrac{r^2}{9}\cdot\dfrac{\sqrt3}{4}=\dfrac{r^2\sqrt3}{6}=\dfrac{T_6}{9}$.

Az $A_1A_3A_5$ háromszög területe: $T_3=\dfrac{T_6}{2}=\dfrac{3r^2\sqrt3}{4}$.

$$t_6:T_3:T_6=\frac19:\frac12:1=2:9:18.$$

Taksony György (Ág. ev. g. VII. o. Bp.)